Mathématiques **Lycée Ibn khaldoun ouesseltia**	*Devoir de Synthése n°02*		
Durée :3 heures	*vendredi 12/05/2017*	*4 ème Sc*	*Mr : Arfaoui khaled*

<u>Exercice *N°1*</u> (6 pts)

Un magasin vend trois types de calculatrices , 25 % des calculatrices sont de marque **Sharp**

35 % des calculatrices sont de marque **casio** et 40 % des calculatrices sont de marque **TI**

20 % des calculatrices de marque **Sharp** sont programmables

60 % des calculatrices de marque **casio** sont programmables et 75 % des calculatrices de marque **TI** sont programmables . on choisit au hasard une calculatrice et on note :

S :'' la calculatrice choisie est de marque **Sharp ''** ; **C** : '' la calculatrice choisie est de marque **casio**»

T ;'' la calculatrice choisie est de marque TI » ; **A** : '' la calculatrice choisie est **programmable** »

1/ Modéliser cette situation par un arbre pondéré

2/ a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants $A \cap S$; $A \cap C$ et $A \cap T$

b) En déduire que p(A) = 0.56

3/ sachant que ' la calculatrice choisie est programmable , calculer la probabilité qu'elle soit de marque **Sharp**

4/ On considère un lot de 10 calculatrices . soit X l'alea numérique qui prend pour valeur le nombre

De calculatrices programmables

a) Déterminer la loi de probabilité de X
b) Calculer l'espérance mathématique de X

5/ On suppose que la durée de vie T exprimée en année d'une calculatrice suit une loi exponentielle de paramètre λ =0.125

a) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie supérieur à 8 ans
b) Calculer la probabilité qu'une calculatrice ait une durée de vie inférieur à 36 mois
c) On sait qu'une calculatrice a déjà fonctionnée 4 ans . qu'elle est la probabilité qu'elle tombe en panne avant 10 ans
d) Un lycée commende n calculatrices ($n \geq 2$) . on suppose que la durée de vie est indépendante des autres calculatrices .Calculer la probabilité P_n « qu'au moins une calculatrice ait une durée de vie inférieur a 8 ans puis déterminer le plus petit entier pour le qu'el $P_n \geq 0{,}998$

Exercice *N°2* (4 pts)

On considère les équations différentielles $(E_0): y'+y=0$ et $(E): y'+y=e^{-x}$

1/ Résoudre l'équation différentielle (E_0)

2/ Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = a x e^{-x} ou a est un réel
Déterminer le réel a pour que la fonction g soit une solution de (E)

3/ a) Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si f –g est une solution de (E_0)

b)En déduire les solutions de (E)

c) Donner la solution f de (E) tel que f(0) =1

4/ Soit f la fonction définie sur IR par : f(x) = (1+x) e^{-x} et soit $V_n = \int_0^n f(x)\,dx$

a) Sans intégration par partie , Montrer que pour tout n de IN*, $V_n = 2-(2+n)e^{-n}$
b) Calculer la limite de la suite V_n

Exercice*N°3* (4pts)

Le capital Y d'une équipe sportive (en milliers de dinars) en fonction du nombre de ses abonnés X (en milliers) est donné dans le tableau suivant :

Nomre d'abonnés x	1	2	3	4	5	6
Capital Y	1	6	30	81	170	300

On pose Z= Ln(Y) (**NB : tous les valeurs sont arrondis a 10 $^{-2}$ prés)**

1) a) Recopier le tableau suivant sur votre copies puis le compléter :

X	1	2	3	4	5	6
Z					5.14	

b)Déterminer les moyennes arithmétiques et les écarts types de X et Z

c)Calculer le coefficient entre X et Z et interpréter graphiquement ce résultat

d)Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression **D** de **Z** en **X**

e) En déduire que $y \cong 0.58\ e^{1.13x}$

2/ Déterminer le nombre de capital si le nombre d'abonnés de cette équipe dépasse 10000

Exercice N :4(06pts)

I) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

1) Dresser le tableau de variation de g .

2) Calculer $g(0)$ .En déduire le signe de $g(x)$, pour $x \in \mathbb{R}$.

II) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+2)e^{-x} + x - 2$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

b) Montrer que $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ .Interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que la droite $\Delta : y = x - 2$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de $(+\infty)$.

d) Etudier la position relative de (C) et Δ .

2) a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout réel x ; $f'(x) = e^{-x}g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

3) a)Montrer que O est un point d'inflexion à la courbe (C).

b) Tracer la droite Δ et la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

4) Soit λ un réel strictement supérieur à -2.

On désigne par $A(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations $x = -2$ et $x = \lambda$.

a) En intégrant par parties $\int_{-2}^{\lambda}(x+2)e^{-x}dx$, montrer que $A(\lambda) = e^2 - (\lambda+3)e^{-\lambda}$.

b) Calculer $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

BON TRAVAIL