Classe : 4 T

SERIE N°
MATHEMATIQUES
2016/2017

Prof : **MOHAMED BENZINA**

EXERCICE 1 :

A/ On considère la fonction g définie sur IR par $g(x) = 1 - (1 + x)e^x$

1/ Dresser le tableau de variation de g.
2/ Calculer g(0). En déduire le signe de g(x)

B/ Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = x(1 - e^x)$.

1/ a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus

b- Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = g(x)$.

c- Dresser le tableau de variation de f.

d- Montrer que la droite D :y = x est une asymptote à ζ_f au voisinage de $-\infty$ puis préciser sa position par rapport à ζ_f .

2/ Montrer que ζ_f admet un point d'inflexion I dont on déterminera les coordonnées.

3/ Construire D et ζ_f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

EXERCICE 2 :

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \dfrac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

On désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Vérifier pour tout réel x, $f(x) = 3 - \dfrac{4}{e^x + 1}$

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; interpréter les résultats obtenus.

2) a- Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{4e^x}{(e^x + 1)^2}$

b- Dresser le tableau de variation de f.

c- Donner une équation de la tangente T à ζ_f au point d'abscisse 0.

3) Tracer T et ζ_f .

EXERCICE 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+2)e^{-\frac{1}{2}x}$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) Déterminer les coordonnées des points E et F intersections de la courbe (C) avec, respectivement, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

3) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion K dont on déterminera les coordonnées.

c) Tracer la courbe (C).

EXERCICE 4

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne les points $A(-2,2,1)$, $B(-2,1,2)$, $C(-1,1,1)$ et $\Omega(-1,2,2)$.

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$

b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan (qu'on notera P).

2) Montrer alors qu'une équation du plan P est $x+y+z-1=0$

3) a) Montrer que les points A, B, C et Ω ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume V du tétraèdre ΩABC, puis calculer sa hauteur issue de Ω.

4) Montrer que le point Ω appartient à l'axe du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC.

5) Soit S la sphère de centre Ω(-1,2,2) et de rayon $R=\sqrt{2}$.

a) Ecrire une équation cartésienne de S.

b) Montrer que la sphère S coupe le plan P suivant le cercle $\mathcal{C}$.

c) Déterminer les coordonnées du centre H et le rayon r du cercle $\mathcal{C}$.