

Exercice 1

Le tableau ci – dessous donne l'évolution du pourcentage de logiciels piratés en Tunisie de 2000 à 2008.

Désigne le rang de l'année et le pourcentage de logiciels piratés.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage Y	85	78	73	66	57	51	47	44	43

1/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique (X, Y) dans un repère orthogonal.

2/ Calculer \bar{X}, \bar{Y} et $cov(X; Y)$

3/ Calculer le coefficient de corrélation.

Un ajustement affine est – il fiable ? Si oui, déterminer la droite de

Régression de en et la construire. Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

4/ Les experts cherchent à modéliser cette évolution par une fonction

dont la courbe est voisine du nuage de Points. Pour cela, on pose $Z = \frac{1}{Y}$

a) Déterminer une équation de la droite de régression de en . En déduire l'expression de Y en fonction de X

b) Donner une estimation du pourcentage de logiciels piratés en 2012

Exercice 2

Craignant une propagation de grippe infectieuse, un service de santé d'une ville de 50 000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 7 semaines.

Ces semaines ont été numérotées de 1 à 7. On a noté x_i les rangs successifs des semaines et y_i le nombre de consultations correspondant :

Rang de la semaine : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de consultations : y_i	540	720	980	1320	1800	2420	3300

Tracer le nuage de points sur une feuille de papier millimétré, on prendra 2 cm pour une unité en x et 1 cm pour 200 en y . Un modèle d'ajustement affine a été rejeté par le service de santé. Pourquoi ?

Pour effectuer un ajustement exponentiel, on décide de considérer les $z_i = \ln y_i$.

Reproduire et compléter le tableau suivant sur votre copie en arrondissant les z_i à 0,01 près. Il n'est pas demandé de tracer le nuage de points correspondant.

Rang de la semaine: x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

Trouver à la calculatrice l'équation de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés reliant z et x (les coefficients obtenus par la calculatrice seront donnés à 0,1 près) puis déduire y en fonction de x (on donnera le résultat sous la forme $y = e^{ax+b}$, a et b étant deux réels).

En utilisant ce modèle, trouver par le calcul :

- Une estimation du nombre de consultations à la 10^e semaine (arrondir à l'unité).

- La semaine à partir de laquelle le nombre de consultations dépassera le quart de la population.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

En observant les valeurs données par le modèle exponentiel grâce à un tableau obtenu à l'aide d'une calculatrice, expliquer si ce modèle reste valable sur le long terme

Exercice 3

Dans cet exercice, les calculs peuvent être effectués à la calculatrice ; leur détail n'est pas exigé.

Le tableau ci-dessous donne la charge maximale y_i en tonnes, qu'une grue peut lever pour une longueur x_i en mètre, de la flèche.

Longueur x_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
Charge y_i	10	9	8	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3,2

Les réponses numériques à cette question seront données à 10^{-2} près.

- Représenter le nuage de points $M(x_i ; y_i)$ à l'aide d'un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unités 1 cm pour 2 mètres en abscisses et 1 cm pour une tonne en ordonnées.
- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y .
- Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. Construire cette droite sur le graphique précédent.
- Utiliser cette équation pour déterminer la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres. Que peut-on dire ?

2. On pose $z_i = \frac{1}{y_i}$.

- Recopier et compléter le tableau suivant (les z_i seront arrondis à 10^{-3} près)

x_i	16,5	18	19,8	22	25	27	29	32	35	39	41,7
z_i	0,100										

- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et z puis une équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrés (les résultats numériques seront arrondis à 10^{-4} près).
 - En se fondant sur les résultats obtenus en 2. b., calculer la valeur de z correspondant à $x = 26$; en déduire la charge maximale que peut lever la grue avec une flèche de 26 mètres.
- Ce résultat vous paraît-il plus satisfaisant que celui de 1. d. ? Pourquoi ?

Exercice 4

Le rang $x_i = 1$ est donné pour l'année 1998. La consommation est exprimée en milliers de dinars.

Année	1998	2000	2001	2002	2004
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7
Consommation en milliers d'euros	28,5	35	52	70,5	100,5

- Représenter le nuage de points $P_i(x_i ; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1cm pour 10 000 € en ordonnées).
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
- On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y = 12,5x + b$ qui passe par le point G . Déterminer la valeur de b . Tracer la droite D dans le repère précédent.
- Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2005.
- En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2005 la consommation réelle des ménages de cette ville était de $y_8 = 140\ 000$ d.

Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte (on donnera un résultat à l'aide d'un nombre entier en effectuant un arrondi).

- Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.

- Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. Les résultats seront arrondis au centième.

x_i	1	3	4	5	7	8
$z_i = \ln y_i$	3,35	4,94

- Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice; cette équation est de la forme $z = cx + d$; on donnera les arrondis des coefficients c et d à 10^{-2} .

En déduire que : $y = 20,49 e^{0,23x}$.

- Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2007 à 100 dinars près.