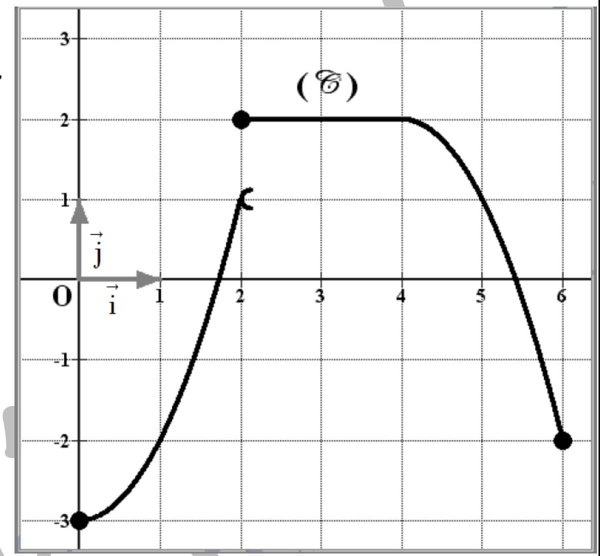
Lycée Menzah 9 | Série N°2 | Prof : Bouchriha Khaled

A.S : 2016/17 | **Mathématiques** | Classe : 3ème Sc2

(limites et continuité , arcs et angles orientés)

Exercice 1



La figure ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f .

1) a- Déterminer l'ensemble de définition E_f de f .

b-Déterminer $f\left[0,2\right]$ et $f\left[2,6\right]$.

2) Répondre par « vrai » ou « faux » :

a- f est continue en 2 .

b- f est continue à gauche en 2 .

c- f est continue sur $\left[0,6\right]$

d- -3 est un minimum de f .

3) Montrer que l'équation $f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}$ admet une solution unique $\alpha\in\left[4,5\right]$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie par $f\left(x\right)=\sqrt{x}-\dfrac{1}{x-1}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition E_f de f .

2) a- Justifier la continuité de f sur chacun des intervalles $\left[0,1\right[$ et $\left]1,+\infty\right[$.

b- Montrer que f est strictement croissante sur chacun de ces intervalles .

3) a- Montrer que l'équation $\left(x-1\right)\sqrt{x}=1$ admet une solution $\alpha\in\left[\dfrac{3}{2},2\right]$.

b- Vérifier que : $1{,}7<\alpha<1{,}9$.

Exercice 3

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to-1} x^4-3x^2+\dfrac{3}{2}$; b) $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}}\dfrac{2x^2-5x+3}{2x-3}$; c) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{1-\sqrt{x-1}}{x-2}$; d) $\lim\limits_{x\to0}\left(\left|\dfrac{\frac{1}{x+1}-1}{x}\right|+\sqrt{x^5+4}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x+1}$; f) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2+2|x|}{x}$; g) $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{-x+2}{x-2}$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & si\ x\in[2,+\infty[\\ \dfrac{4}{x^2\sqrt{\ }} & si\ x\in]0,2[\end{cases}$.

Montrer que f est continue en 2 .

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{2x-4} & si\ x\in]-\infty,2[\\ \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & si\ x\in]2,+\infty[\end{cases}$.

1) Justifier la continuité de f sur chacun des intervalles $]-\infty,2[$ et $]2,+\infty[$.

2) a- Déterminer $\lim\limits_{2^-} f$ et $\lim\limits_{2^+} f$.

b- En déduire $\lim\limits_{2} f$.

3) f est-elle prolongeable par continuité en 2 ? Si oui , définir ce prolongement .

Exercice 6

Le plan est orienté dans le sens direct .

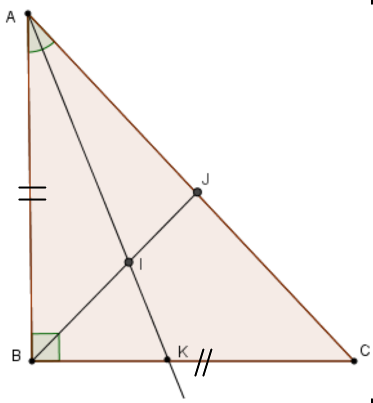
I) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nul tel que $(\vec{u},\vec{v})\equiv\frac{163\pi}{8}(2\pi)$.

Déterminer la mesure principale de l'angle $(\vec{u},\vec{v})$.

II) Dans la figure ci-contre ABC est un triangle rectangle et isocèle en B

Tel que $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$, J le milieu du segment $[AC]$. La bissectrice de $\widehat{BAC}$

Coupe $[BC]$ en K. Les droites (AK) et (BJ) se coupent en I .



1) Déterminer les mesures principales des angles $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA})$, $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AK})$ et $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA})$.

2) a- Montrer que : $(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{KA})\equiv\frac{3\pi}{8}(2\pi)$.

b- Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB})$.

c- En déduire la nature du triangle BIK en justifiant..

Exercice 7

Le plan est orienté dans le sens direct .

On donne un carré $ABCD$ tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On construit les triangles équilatéraux ABF et BCE

tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BE})\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

1) Donner la mesure principale de chacun des angles orientés suivants : $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EF})$, $(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CE})$ et $(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{DE})$.

2) Montrer que les points E , F et D sont alignés .

Exercice 8

Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls du plan orienté tel que :

$$\left(\widehat{\vec{u},\vec{v}}\right) \equiv -\frac{23\pi}{12}[2\pi] \text{ , } \left(\widehat{\vec{v},\vec{w}}\right) \equiv \frac{31\pi}{4}[2\pi] \text{ et } \|\vec{u}\| = 2 \text{ , } \|\vec{v}\| = 3 \text{, } \|\vec{w}\| = \frac{3}{2} \text{ .}$$

1) Déterminer les mesures principales de $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$, $\left(\vec{w},\vec{v}\right)$ ***et*** $\left(\vec{u},\vec{w}\right)$.

2) Calculer $\det\left(\vec{v},\vec{w}\right)$, $\det\left(\vec{u},\vec{w}\right)$, $\det\left(-2\vec{u},3\vec{w}\right)$ ***et*** $\det\left(-\vec{w},-\frac{1}{4}\vec{v}\right)$.

3) Soit $\vec{k}$ ***un vecteur non nul tel que :*** $\left(\widehat{\vec{v},\vec{k}}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$ ***. Montrer que*** $\left(\frac{2}{3}\vec{w},\frac{1}{\|\vec{k}\|}\vec{k}\right)$ ***est une base orthonormée directe .***