

Exercice n°1(4 points) :

A/ x désigne un réel . Recopier et relier par une flèche chaque expression de la colonne A à l'expression qui lui est égale de la colonne B

A
$\cos(\pi - x)$
$1 - \cos^2 x$
$\cos(x + \pi)$
$\sin(x + \frac{\pi}{2})$
$\sin(\pi - x)$

B
$\sin^2 x$
$\sin x$
$-\sin x$
$\cos x$
$-\cos x$

B/ Cocher la réponse exacte en justifiant la réponse

- Si f est croissante sur $[0,2]$ telle que $f(2) = 0$ alors pour tout $x \in [0,2]$:
 a) $f(x) \geq 0$; b) $f(x) \leq 0$; c) $f(x) \geq 2$
- L'ensemble des solutions dans $[0, \pi]$ de l'équation $2\sin x = 1$ est :
 a) $\{\frac{\pi}{2}\}$; b) $\{\frac{\pi}{6}\}$; c) $\{\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\}$
- Si f est une fonction définie sur \mathbb{R} telle que $f(a) - f(b) = 4(b - a)$
 pour tous réels a et b alors :
 a) f est croissante sur \mathbb{R} ; b) f est décroissante sur \mathbb{R} ; c) f est constante sur \mathbb{R}

Exercice n°2(5points) :

Soit (U_n) la suite arithmétique de raison (-4) telle que $U_4 = -14$

- Calculer U_{20}
 - Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $U_n = 2 - 4n$
 - Déterminer n sachant que $U_n = -98$
- Calculer la somme $S = -14 - 18 - \dots - 98$
- On considère la somme $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$
 - Exprimer S_n en fonction de n
 - Déterminer n sachant que $S_n = -288$

Exercice n°3 (5points) :

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

- Calculer u_1 et u_2 . En déduire que u est ni arithmétique ni géométrique.

- 2) Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 3$
- Montrer que v est une suite géométrique de raison $= \frac{1}{3}$..
 - Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- 3) Soit $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ avec $n \geq 1$
Exprimer S_n puis S'_n en fonction de n

Exercice n°4 (6points) :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{ax}{x^2-1}$ où a étant un réel donné et (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j})

- Déterminer l'ensemble de définition D de f
- Sachant que (\mathcal{C}) passe par le point $A(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$. Montrer que $a = 2$
- Déterminer les antécédents de $\frac{4}{3}$ par f
- Vérifier que pour tout $x \in D$ $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$
 - Déduire le sens de variation de f sur $]1, +\infty[$
- Montrer que pour tous réels a et b de D : $f(a) - f(b) = \frac{2(b-a)-(ab+1)}{(a^2-1)(b^2-1)}$
 - En déduire que f est strictement décroissante sur $] -1, 1[$

