

Devoir de Contrôle N°1

L.S :02/03/34

Goubellat

Date : 01/11/2016

Classe : 4^{ème} année

Prof :Hamdi

Section : Sciences Expérimentales**Epreuve : Mathématiques****Durée : 2h****Coefficient :3****EXERCICE N° 1 (3 Pts)**

Pour chaque question une ou plusieurs réponses sont exactes.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la ou les lettres qui correspondent à la réponse ou aux réponses choisies

1°) Soit Z un nombre complexe non nul d'argument θ . Un argument de $\frac{1+i\sqrt{3}}{\bar{Z}}$ est :

a°) $\frac{\pi}{3} + \theta$; b°) $\frac{\pi}{3} - \theta$; c°) $\frac{2\pi}{3} - \theta$

2°) soit A , B et C trois points d'affixes respectives Z_A ; Z_B et Z_C vérifiant:

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_A} = 2i \text{ alors}$$

a°) $(AB) \parallel (AC)$; b°) A ; B et C sont alignés; c°) le triangle ABC est rectangle

3°) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $g(x) = x + \sqrt{x^2 - 1}$ alors on a: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{gof}(x) =$

a°) 0 ; b°) $-\infty$; c°) $+\infty$

4°) Soit (U_n) une suite définie par : $U_n = \frac{(-1)^n}{n}$ donc la limite de la suite (U_n) est :

a°) est égale à 0 ; b°) n'existe pas ; c°) est égale à (-1) .

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé (O, \bar{U}, \bar{V})

on considère les points A , B et C d'affixes respectives $Z_A = i$; $Z_B = i\sqrt{3} + 1$ et $Z_C = -1$

1°) a°/ Donner le module et un argument de Z_A et Z_B

b°/ Ecrire Z_A et Z_B sous forme trigonométrique et exponentielle

2°) Pour tout point M du plan d'affixes z on associe le point M' d'affixes $Z' = \frac{iZ+i}{Z-i}$

Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que Z' est réel

3°) a°/ Montrer que $|Z'| = \frac{CM}{AM}$

b°/ En déduire que lorsque M décrit la médiatrice du segment $[AC]$

le point M' décrit un cercle que l'on déterminera

EXERCICE N° 3 (6 Pts)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ 2x + \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} & \text{si } x \in [0, +\infty[\end{cases}$

1°) a°/ Montrer que pour tout $x < 0$ on a $0 \leq f(x) - 1 \leq \frac{2}{x^2}$

b°/ En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2°) a°/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$

b°/ Etudier la continuité de f en 0

3°) a°/ Justifier la continuité de f sur $[0, +\infty[$

b°/ Montrer que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$

c°/ Déterminer $f([0, 2])$, en déduire que l'équation : $2f(x) - 7 = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [0, 2]$

EXERCICE N° 4 (5 Pts)

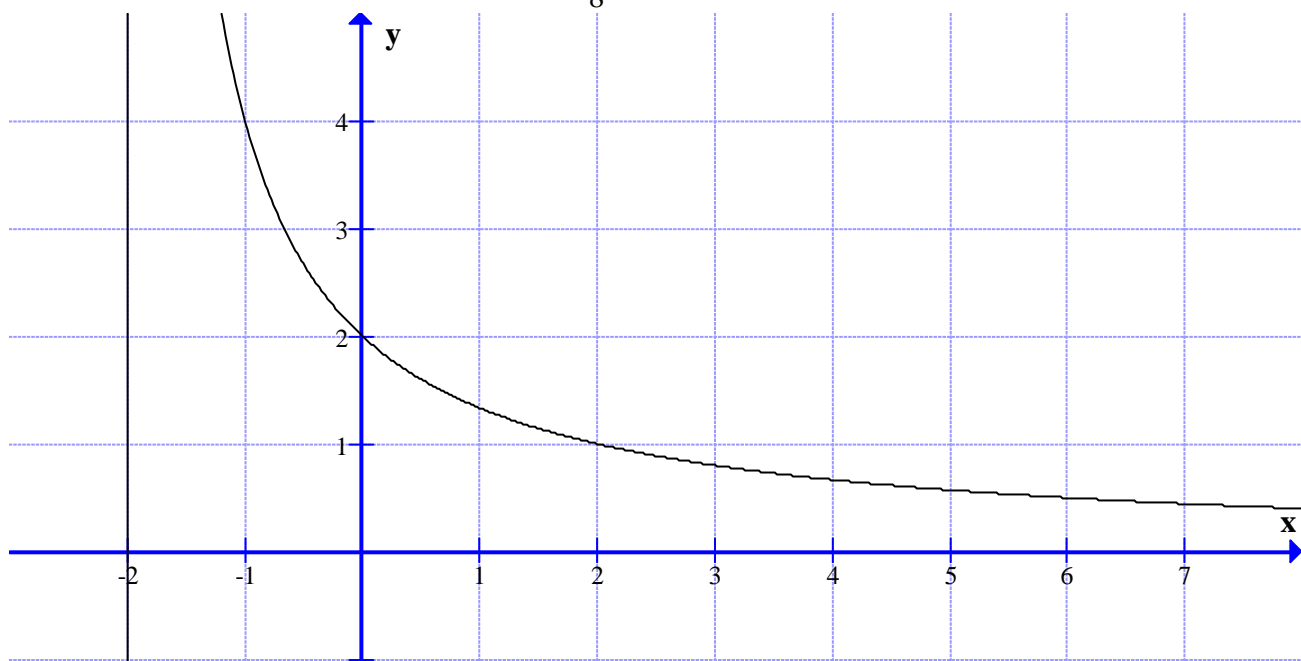
La graph ci contre est la représentation graphique d'une fonction f définie et continue sur $]-2, +\infty[$. L'axe des abscisses est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ et la droite $D : x = -2$ est une asymptote verticale à (C)

Soit g la fonction définie sur $]-2, +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

1°) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \text{gof}(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -2^+} \text{gof}(x)$

2°) Déterminer $\text{gof}([-1, 0])$

3°) Montrer que l'équation : $\text{gof}(x) = \frac{3}{8}$ admet une unique solution dans $[-1, 0]$



BONNE CHANCE