L.S :02/03/34
Goubellat

Date : 11/11/2010
Classe : 4eme *année*
Prof :Hamdi

Devoir de contrôle N°1

Section : Mathématiques

Epreuve : Mathématiques

Durée :2h **Coefficient :4**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Indiquer la réponce exacte

1°) On considère la fonction $f: x \mapsto \dfrac{tg(2 - 10x)}{1 - 5x}$ et on pose : $a = \dfrac{1}{5}$ alors on a :

a°) f n'est pas prolangeable par continuité en a ; b°) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 2$; c°) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$

2°) Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = 2^{2n}\left(1 - \cos\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\right)$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ est

a°) $-\dfrac{1}{2}$; b°) 0 ; c°) $\dfrac{1}{2}$

3°) Soit un nombre complexe $Z = 2\sin\alpha\, e^{i\alpha}$ avec $\alpha \in \left]-\pi, 0\right[$ la forme trigonometrique de Z est :

a°) $[-2\sin\alpha\ ;\ \alpha + \pi]$; b°) $[2\sin\alpha\ ;\ \alpha]$; c°) $[1\ ;\ \alpha]$

EXERCICE N° 2 (4 ,25 Pts)

On considère le polynome :

$$f(Z) = Z^3 - 2Z^2(1 + 2i + \cos\alpha) + 2Z((1 + \cos\alpha)(1 + 4i)) - 8i(1 + \cos\alpha)$$

avec $\alpha \in [0, \pi[$

1°) a°) Calculer f (4i)

b°) En déduire les solutions de f (Z) = 0

2°) On pose les deux nombres complexes $Z_1 = 1 + e^{i\alpha}$ et $Z_2 = 1 + e^{-i\alpha}$

Donner la forme exponentielle de Z_1 et Z_2

3°) Soit M un point d'affixe Z_1 et N un point d'affixe Z_2

a°) Déterminer l'ensemble des points M lorsque α varie sur $[0, \pi[$

b°) En deduire l'ensemble des points N

EXERCICE N° 3 (4 ,25 Pts)

On considère les suites (U_n) et (V_n) definies par :

$U_0 = 2$; $V_0 = 5$ et $\forall\, n \in \mathbb{N}$ on a : $U_{n+1} = \dfrac{2U_n + 3V_n}{5}$ et $V_{n+1} = \dfrac{U_n + 5V_n}{6}$

1°) On suppose que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a: $W_n = U_n - V_n$

_ Montrer que la suite W est une suite géométrique

_ Exprimer W_n en fonction de n et en déduire la limite de W_n

2°) Montrer que les suites U et V sont adjacents et quelle convergent vers la meme limite α

3°) On considère la suite (T_n) définie par : $T_n = 5\,U_n + 18\,V_n$

a°) Montrer que la suite T est une suite constante

b°) En déduire α

EXERCICE N° 4 (4 , 25 Pts)

On se propose d'étudier la fonction f définie par :$f(x) = \frac{1}{10}(x^4 - 6x^2 - 12x)$

I°) Soit la fonction g définie par: $g(x) = x^3 - 3x - 3$

1°) Etudier les variations de g

2°) Montrer que l'équation: g(x) = 0 admet une seule solution α dans $]2,3[$

3°) Montrer que $\alpha^3 = 3\alpha + 3$

4°) Déduire de ce qui précède le signe de g(x) suivant les valeurs de x

II°) 1°) Etudier les variations de f

2°) Montrer que $f(\alpha) = -\frac{3}{10}\alpha(\alpha + 3)$

3°) Montrer que $-5.4 \leq f(\alpha) \leq -3$

4°) Donner l'allure de la courbe représentative de f

EXERCICE N° 5 (4,25 Pts)

Le plan est muni d'un repère (O , $\vec{U}$, $\vec{V}$) , on considère les points A ; B et C d'affixes respectives

2i ; $1 + i\sqrt{3}$ et $1 - i\sqrt{3}$

1°) Donner une constricution des points A ; B et C

2°) Montrer qui il existe un unique deplacement f et un unique antideplacement g qui transforme A en O et O en B

3°) a°) Donner la transformation complexe de f

b°) Caracteriser f

4°) a°) Montrer que g n'est pas une symetrie orthogonale

b°) Donner la forme reduite de g

5°) Soit le point C ' = g (C) , construire C' et donner la nature de triangle OBC'

6°) On pose l'application h = g o $S_{(AB)}$

_ Montrer que h est une translation et construire leur vecteur $\overrightarrow{W}$

BONNE CHANCE