L.S :02/03/34 **Goubellat** **Date : 11/11/2011** **Classe :** 4^{eme} *année* **Prof :Hamdi**	**Devoir de contrôle N°1** **Section : Mathématiques** **Epreuve : Mathématiques** **Durée :2h** **Coefficient :4**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Indiquer la réponse exacte

1°) Soit la suite U définie par : $U_n = -2\left(1 + \frac{3}{\pi} + \frac{9}{\pi^2} + \frac{27}{\pi^3} + ...+ \left(\frac{3}{\pi}\right)^n\right)$, $\forall\ n \geq 0$

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ est :

a°) $+\infty$; b°) $\frac{-2\pi}{\pi - 3}$; c°) $-\infty$

2°) Soit la fonction f définie par : $f(x) = x\,\frac{\tan(1-4x)}{1-4x}$ alors on a $\lim\limits_{x \to \frac{1}{4}} f(x)$ est :

a°) $\frac{1}{4}$; b°) 0 ; c°) $+\infty$

3°) Soit le nombre complexe $Z = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$ avec $\theta \in [0\,;\pi[$ la forme exponentielle de Z est

a°) $2e^{i\theta}$; b°) $2\sin\frac{\theta}{2}\,e^{i\frac{\theta}{2}}$; c°) $2\cos\frac{\theta}{2}\,e^{i\frac{\theta}{2}}$

4°) f une isometrie que fixe deux points distincts A et B alors on a :

a°) f peut etre une symetrie orthogonale ; b°) f = idp ; c°) f est nécessairement une symetrie orthogonale

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

Pour tout nombre complexe Z on définit:

$$P(Z)=Z^3 + 2(\sqrt{2}-1)Z^2 + 4(1-\sqrt{2})Z - 8$$

1°) a°) Vérifier que P(2)=0, en déduire une factorisation de P(Z)

b°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation P(Z)=0,on appellera Z_1 et Z_2 les solutions de l'équation autre que 2, Z_1 ayont une partie imaginaire positive

c°) Ecrire les solutions Z_1 et Z_2 sous leurs formes exponentielle

2°) a°) Placer dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{U},\vec{V})(unite 2cm)$ les points A, B et C d'affixes respectives 2,$-\sqrt{2}(1-i)$ et $-\sqrt{2}(1+i)$ et I milieu de $[AB]$

b°) Demontrer que le triangle OAB est isocéle .En déduire une mesure de l'angle $(\vec{U},\overrightarrow{OI})$

c°) Calculer l'affixe Z_I de I puis le module de Z_I

d°) Déduire des résultats précédentes les valeurs exactes de $\cos\frac{3\pi}{8}$ et $\sin\frac{3\pi}{8}$

EXERCICE N° 3 (5.5 Pts)

Soit la fonction h définie sur $[0\,;+\infty[$ par: $h(x) = x\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 2$

I°) 1°) Etudier les variations de h sur $]0\,;+\infty[$

2°) a°) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in\ ]0\,;1[$

b°) Vérifier que $\sqrt{\alpha} = \dfrac{2}{\alpha + 3}$

3°) Etudier le signe de h (x)

II°) On considère la fonction f définie sur $[\,0 \,;\, +\infty\,[$ par : $f(x) = \dfrac{x\sqrt{x} + 1}{x + 1}$

1°) Calculer f ' (x) pour $x \succ 0$ et en déduire que $f'(x) = \dfrac{h(x)}{2(x+1)^2}$

2°) a°) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3}{\alpha + 3}$

b°) En déduire que $\dfrac{3}{4} \prec f(\alpha) \prec 1$

3°) Etudier les variations de f

4°) Montrer que l'équation f (x) = 0 n'admet pas des solutions dans $[\,0 \,;\, +\infty\,[$

EXERCICE N° 4 (5.5 Pts)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct (O , $\vec{I}$, $\vec{J}$)

Soit f l'application de P dans P qui à tout point M (x;y) associe le point M'(x';y') tel que

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{\sqrt{3}}{2}y + \dfrac{1}{2} - \sqrt{3} \\ y' = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x + \dfrac{1}{2}y - 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

1°) Montrer que f est une isometrié

2°) a°) Déterminer l'ensemble des points fixes de f

b°) En déduire que f est une rotation

3°) a°) Exprimer l'affixe Z' de M' en fonction de l'affixe Z de M

b°) En déduire l'ongle de f

4°) Déterminer l'image de la droite Δ: y = x par f

BONNE CHANCE