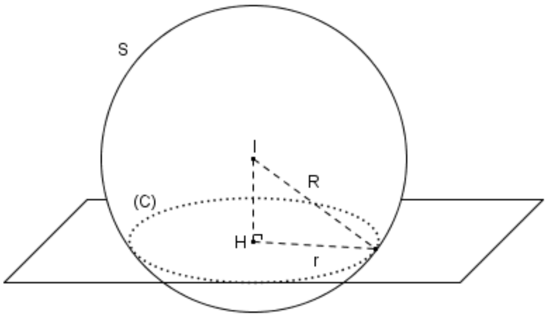
EXERCICE N 1:

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit les points A(3,2,6) ; B(1,2,4) et C(4,-2,5).

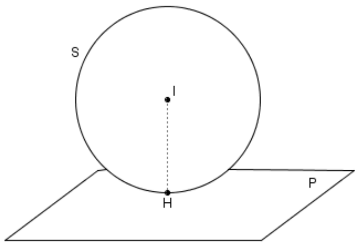
1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   b) En déduire que les points A , B et C déterminent un plan qu'on notera P.
   c) Montrer qu'une équation du plan P est 2x+y−2z+4=0.
2) a) Vérifier que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.
   b) Calculer le volume du tétraèdre OABC, puis sa hauteur issue de O.
3) Soit (S) l'ensemble des points M(x,y,z) de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 6$
   a) Montrer que (S) est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R.
   b) Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) dont on précisera le centre H et le rayon r.



EXERCICE N 2:

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit les point A(1,0,1) et I(2,1,1).

1) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I et passant par A.
2) Soit le plan P : x+z−1=0. Montrer que P est tangent à la sphère S, puis déterminer les coordonnées du point de contact.
3) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à la sphère S au point A.
4) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S' de centre O et tangent au plan Q.



EXERCICE N 3:

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On donne les points A(−2,2,1) , B(−2,1,2), C(−1,1,1) et Ω(-1,2,2).

1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$
   b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan (qu'on notera P).
2) Montrer alors qu'une équation du plan P est $x + y + z - 1 = 0$
3) a) Montrer que les points A, B, C et Ω ne sont pas coplanaires.
   b) Calculer le volume V du tétraèdre ΩABC, puis calculer sa hauteur issue de Ω.
4) Montrer que le point Ω appartient à l'axe du cercle $\mathcal{C}$ circonscrit au triangle ABC.
5) Soit S la sphère de centre Ω(-1,2,2) et de rayon R=$\sqrt{2}$.
   a) Ecrire une équation cartésienne de S.
   b) Montrer que la sphère S coupe le plan P suivant le cercle $\mathcal{C}$.
   c) Déterminer les coordonnées du centre H et le rayon r du cercle $\mathcal{C}$.

EXERCICE N4 : (BAC 2012)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On donne les points A(2 , 1 , 1) ; B(1 , 1 , 0) et C(1 , 0 , 1).

1) a) Montrer que les points A,B et C déterminent un plan que l'on notera P.

b) Vérifier que $x - y - z = 0$ est une équation cartésienne du plan P.

2) Soit le point D(2 , 0 , 0)

a) Montrer que les points A,B,C et D ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume ϑ du tétraèdre ABCD.

3) Soit I $(\frac{3}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$. On désigne par (S) la sphère de centre I et passant par D.

a) Montrer que la sphère (S) passe par les points A et B.

b) En déduire que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle (C).

c) Justifier que (C) est circonscrit au triangle ABC.

4) Soit Δ la droite passant par I et perpendiculaire au plan P.

a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ.

b) Déterminer les coordonnées du point Ω centre du cercle (C).

c) Soit D' le symétrique de D par rapport à Ω.
Montrer que le volume ϑ' du tétraèdre D'ABC est égal à ϑ.

EXERCICE N5 : (BAC 2014)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère les points A(2,0,1), B(0,2,1) et C(1,2,0).

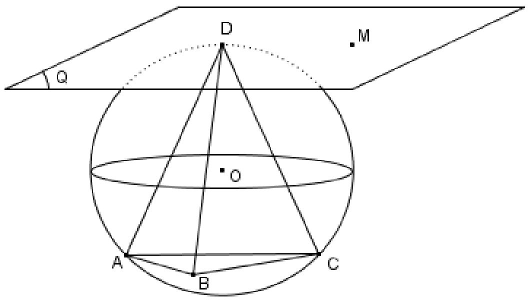
1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b) Déduire que les points A, B et C déterminent un plan P dont une équation cartésienne est : $x+y+z-3=0$

2) Soit la sphère S d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 5$.

a) Vérifier que les points A, B et C sont des points de la sphère S.

b) Déduire alors l'intersection de la sphère S avec le plan P.



3) Soit le point D de coordonnée $\left(\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}},\sqrt{\frac{5}{3}}\right)$

On désigne par Q le plan passant par D et parallèle au plan P.

a) Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

b) Montrer que Q est tangent à la sphère S au point D.

4) Soit M(x,y,z) un point de l'espace n'appartenant pas à P.

a) Calculer $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}).\overrightarrow{AM}$

b) Montrer que le volume V du tétraèdre MABC est égal à $\frac{|x+y+z-3|}{3}$

c) En déduire que pour tout point M du plan Q ; $V=\sqrt{\frac{5}{3}}-1$