COMPLEXES

BAC MATHS
SAIDANI MOEZ
2014/2015

EXERCICE N°1
Le plan est rapporté à un repère O.N. direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ on considère l'application φ qui à $M(z)$ on lui associé le point $M'(z')$ tel que $z' = 2(\frac{z-1}{z})$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z' = z$, en déduire les points fixes par φ .
2. Ecrire les solutions sous la forme exponentielle .
3. $z_1$et z_2 sont les solutions de l'équation précédente .Montrer que $z_1^{8n} + z_2^{8n} = 2^{4n+1}$ $n \in \mathbb{N}$.
4. Soient les points $A(1+i)$ et $B(1-i)$et on pose $z_A = 1+i$ et $z_B = 1-i$.
   (a) Montrer que: $\forall z \in \mathbb{C} \backslash \{z_A; z_B\}$ $\frac{z'-z_B}{z'-z_A} = i\frac{z-z_B}{z-z_A}$.
   (b) Déduire que $\frac{MA}{MB} = \frac{M'A}{M'B}$ et exprimer $\left(\widehat{\overrightarrow{M'A};\overrightarrow{M'B}}\right)$ en fonction de $\left(\widehat{\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}}\right)$.
   (c) Déterminer l'image de la droite (AB) par φ.
5. On pose $z = e^{i\theta}; \theta \in [0;\pi]$.
   (a) Ecrire les solutions sous la forme exponentielle .
   (b) Déterminer l'ensemble des points $M'(z')$ lorsque θ décrit $[0;\pi]$.

EXERCICEN°2
Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$et on considère la suite (f_n) définie par $f_n(x) = x^n + 9x^2 - 4$

1. (a) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ possède une unique solution $\alpha_n \in]0; +\infty[$
   (b) Vérifier que :$0 < \alpha_n < \frac{2}{3}$

   (a) Montrer que :$(\forall \in [0,1]) : f_{n+1}(x) \leq f_n(x)$
   (b) Déduire la monotonie de (α_n)
2. Déduire que: la suite (α_n) est convergente et calculer $\lim \alpha_n^n$ puis calculer $\lim \alpha_n$

EXERCICE N° 3

Soit n un entier naturel non nul

1. On considère la fonction f_n définie sur $\mathbb{R}$ par $f_n(x) = \frac{1}{n}x^3 + 3x - 2$
   (a) Etudier les variations de f_n
   (b) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α_n et que $0 < \alpha_n < 1$
   (c) En déduire le signe de $f_n(x)$

   (a) Montrer que :$f_{n+1}(\alpha_n) > 0$
   (b) En déduire le sens de variation de la suite (α_n).
   (c) Montrer que la suite (α_n) est convergente puis calculer sa limite.

BON
COURAGE