Lycée Jammel 3	**Série 7** (Contrôle1)	Mr :Afli Ahmed
$4^{ème}$M		05/11/2014

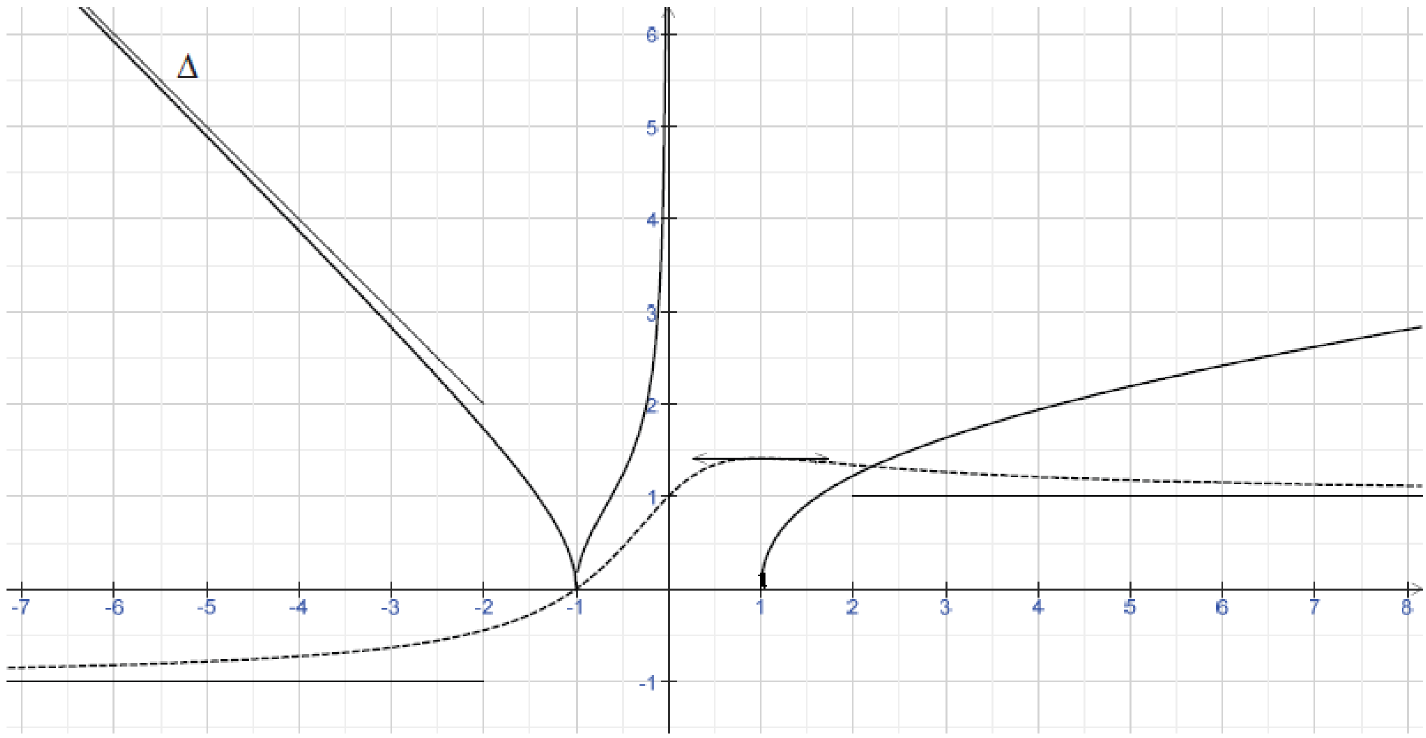
Exercice 1:

Dans le graphique ci-dessous on a représenté dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{OI},\vec{OJ})$ en gras la courbe Γ d'une fonction f continue sur $]-\infty,0[\cup[1,+\infty[$

En pointillé on a représenté la courbe Γ' d'une fonction g continue sur $\mathbb{R}$.

On sait que la droite Δ est une asymptote à Γ au voisinage de $-\infty$ et que Γ admet une branche parabolique de direction celle de (OI) au voisinage de $+\infty$. On sait aussi que (OJ) est une asymptote à Γ

Γ' admet deux asymptotes les droites d'équations respectives y = -1 et y = 1. On donne $g(1)=\sqrt{2}$.



1. **Par une lecture graphique**

   a. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$

   b. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

   c. Dresser le tableau de variation de g.

   d. Déterminer $f([-1,0[)$ et $g(\mathbb{R})$.

2. Soit h la fonction définie par : $h(x)=fog(x)$. On note $\mathscr{C}$ la courbe de h.

   a. Déterminer l'ensemble de définition **D** de la fonction h.

   b. préciser les branches infinies de $\mathscr{C}$.

   c. Montrer que h est continue sur **D**.

   d. Résoudre dans $\mathbb{R}$. l'équation h(x) = 0.

Exercice 2:

1) a) Calculer $(1-2\sqrt{3}\,i)^2$

b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - z + 3 + i\sqrt{3} = 0$.

c) Mettre les solutions sous forme exponentielle.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A ,B et M d'affixes respectives $i\sqrt{3}$, $1 - i\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}e^{i\theta}$, $\theta \in \left]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$

a) Montrer que $z_M - z_A = 2i\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4})e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4})}$ en déduire la distance AM en fonction de θ .

b) Déterminer θ pour le triangle OAM soit isocèle en A.

3) On désigne par B' le symétrique de B par rapport à l'axe des abscisses et N le point du plan tel que OB'NM soit un parallélogramme

a) Déterminer les affixes des points B' et N.

b) Déterminer l'ensemble des points N lorsque θ varie dans $\left]\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right[$.

Exercice 3:

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 1 + u_n + \frac{2}{u_n}$; $n \in \mathbb{N}$.

1) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 1$.

2) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

3)a) Etablir que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $1 \leq u_{n+1} - u_n \leq 3$.

b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $n + 1 \leq u_n \leq 3n + 1$.

c) Calculer la limite de (u_n) .

4) On pose , pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = \sum_{k=0}^{k=2n} \frac{(-1)^k}{u_k} = \frac{(-1)^0}{u_0} + \frac{(-1)^1}{u_1} + \frac{(-1)^2}{u_2} + \cdots\cdots + \frac{(-1)^{2n}}{u_{2n}}$

et $w_n = v_n - \frac{1}{u_{2n+1}}$.

Montrer que (v_n) et (w_n) sont deux suites adjacentes.