Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Exercice n°1 :

Répondre par vrai ou faux.

1) ABDC étant un parallélogramme de centre O du plan. $S_{(AD)} \circ S_O = S_{(BC)}$ si est seulement si ABDC est un losange.
2) Dans le plan orienté, on considère les points A(1,1) , B(2,0), C(3,-1), E(1,5) , F(0,6). Si f est une isométrie telle que f(A) = E et f(B) = F alors f (C) est le barycentre des points pondérés (E,1) et (F,-2)
3) I est le milieu d'un segment [AB]. $S_{(IB)} \circ t_{\overrightarrow{AI}} \circ S_{(AB)}$ est : $t_{\overrightarrow{IB}}$.
4) Si f est une isométrie qui n'admet aucun point fixe alors fof est une translation.
5) Soit ABCD un carré. L'isométrie $S_{(AD)} \circ S_{(AB)} \circ S_{(BC)}$ est la symétrie glissante de vecteur $2\overrightarrow{BA}$ et d'axe (AB).
6) Soient Δ et Δ' deux droites perpendiculaires. Si f et g sont deux symétries glissantes d'axes respectifs Δ et Δ' alors fog est une symétrie centrale.
7) La composée d'une translation et d'une symétrie orthogonale est une symétrie glissante.
8) Si IJKL est un rectangle alors $S_{(IJ)} \circ S_{(JK)} \circ S_{(KL)} \circ S_{(IJ)}$ est une translation.
9) ABC est un triangle équilatéral. Soit f l'isométrie telle que f(A) = B , f(B) = C et f(C) = A alors fofof est l'identité.

Exercice n°2 :

Cocher la bonne réponse.

Soit ABCD un carré de centre O tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et I le milieu de [AB]. Soit $S_{(BC)}$, $S_{(BD)}$ et $S_{(OI)}$ les symétries d'axes respectifs (BC) , (BD) et (OI) et soit $t_{\overrightarrow{BD}}$, $t_{\overrightarrow{CD}}$ et $t_{\overrightarrow{BC}}$ les translations de vecteurs $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BC}$.

Soit $r_1 = R_{\left(O,-\frac{\pi}{2}\right)}$ et $r_2 = R_{\left(C,\frac{\pi}{2}\right)}$ alors $r_1 \circ r_2$ est :

1) La symétrie centrale de centre A.
2) La translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.
3) La translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Exercice n°3 :

ABCD est un losange tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par I,J,K , L et O les milieux respectifs des segments [AB] , [BC] , [CD] , [DA] et [BD]. On note la médiatrice de [AB] et par Δ' la médiatrice de [CD].

1) Soit f l'isométrie définie par : f(A)=B et f(B)=D et f(D)=C.
   a) Montrer que f n'admet pas des points fixes.
   b) Déduire la nature de f.
2) Soit R la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.
   a) Montrer que f = $R \circ S_\Delta$.
   b) A-t-on f = $S_\Delta \circ R$.
3) a) Définir S telle que $R = S_{(BC)} \circ S$.

   b) En déduire que f peut s'écrire sous la forme $f = S_{(BC)} \circ T$ où T est une translation à préciser.
4) Soit T' = $t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}}$ et on pose g = $\left(T'\right)^{-1} \circ f$.

a) Déterminer g(D) , g(I) et g(O).
b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.
c) Démontrer que f = T'o g.

Exercice n°4 :

ABC est un triangle rectangle et isocèle et direct en A. I le milieu du segment [BC] et J celui du segment [AB].

Considérons R , R_1 et R_2 d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centre respectifs I , A et C.

1) Caractériser $S_{(IA)} o S_{(AB)}$.
2) Déterminer R(A). En déduire la droite Δ telle que $R = S_\Delta \circ S_{(IA)}$.
3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f = RoR_1.
4) Déterminer R_2 o R_1(B). Caractériser R_2 o R_1.

Exercice n°5 :

Soit ABC un triangle rectangle direct en B tel que I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et Δ la droite perpendiculaire à (AB) en A.

1) Caractériser chacune des isométries $S_I \circ S_{(AB)}$, $S_I \circ S_\Delta$ et $S_I \circ S_A$.
2) Soit E l'ensemble des isométries qui fixent A et qui transforme Δ en Δ. Soit f un élément de E.
   a) Montrer que f n'est ni translation de vecteur non nul ni une symétrie glissante.
   b) Montrer que si f est une symétrie orthogonale , alors f = $S_{(AB)}$ ou f = S_Δ.
   c) Caractériser f lorsqu'elle est une rotation.
   d) Déterminer alors l'ensemble E.
3) Soit F l'ensemble des isométries qui transforment A en B et Δ en (BC).
   a) Montrer que f∈F si et seulement si S_I o f ∈ E.
   b) Déterminer alors l'ensemble F.

Exercice n°6 :

IJK est un triangle rectangle isocèle en I direct. O = J*K et H = I*J , $R = r_{\left(O,\frac{\pi}{2}\right)}$ et $R' = r_{\left(I,\frac{\pi}{2}\right)}$.

1) a) Montrer que R' = $S_{(OI)} o S_{(IJ)}$.
   b) Montrer que R = $S_{(OH)} o S_{(OI)}$.
   c) Déterminer la nature des éléments caractéristiques de RoR'.
2) a) Montrer que $S_{(IK)}$oRoR' est une symétrie glissante.
   b) Montrer que f = $S_{(IK)}$o$t_{\overrightarrow{JI}}$ est une symétrie orthogonale que l'on précisera.
3) Considérons le repère orthonormé $\left(I,\overrightarrow{IJ},\overrightarrow{IK}\right)$ et g l'application du plan dans lui-même qui a tout point M(x,y) associe le point M'(x',y') tel que : $\begin{cases} x' = 1 - x \\ y' = y \end{cases}$
   a) Montrer que g est une isométrie.
   b) Donner les images des points H,O, J par g.
   c) En déduire que f = g.