Théoreme de de Thalès

d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d distincts de A. Soient C et N deux points de d' distincts de A.

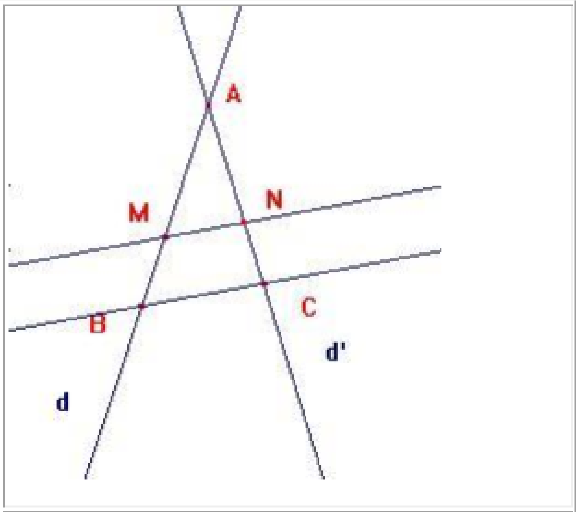
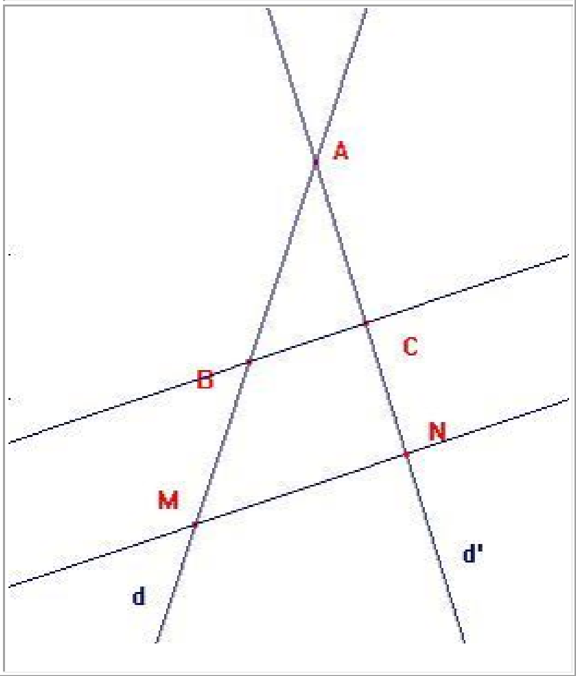
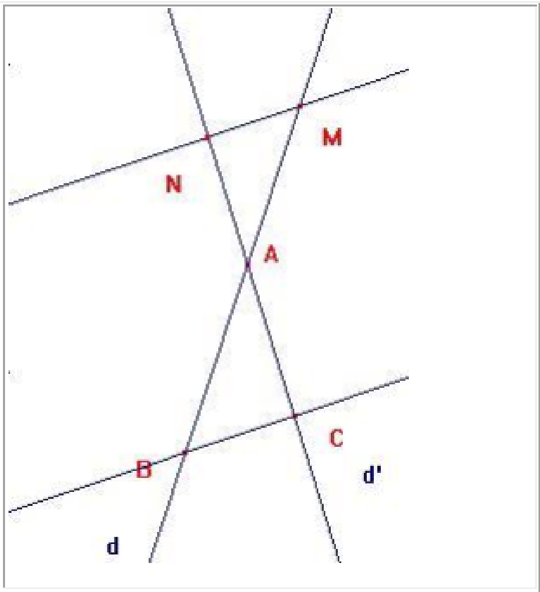
Figure1	
Figure1	

Figure3



Le théorème direct

Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d distincts de A. Soient C et N deux points de d' distincts de A. Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles alors:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Applications

1) Construire un triangle ABC ayant pour dimensions : AB = 7 cm ; AC = 4 cm ; BC = 5 cm.

2) Soit M le point situé sur le segment [AB] et tel que AM = 1 cm. La parallèle à la droite (AC) passant par M coupe la droite (BC) en N.

Calculer BN et MN.
(Donner les résultats d'abord sous forme fractionnaire, et ensuite sous forme décimale arrondie à 0,1 près.)

Réciproque du théorème de Thalès

Soient d et d' deux droites sécantes en A. Soient B et M deux points de d distincts de A. Soient C et N deux points de d' distincts de A. Si

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$$

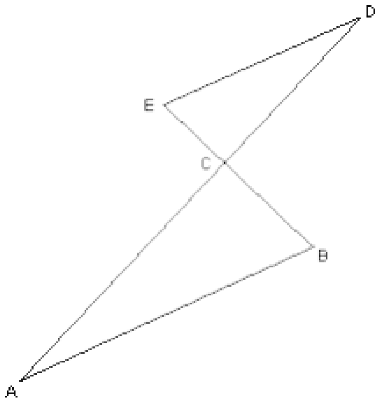
et si les points A,B,M et les points A,C,N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Applications

Soit un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 6 cm ; BC = 8 cm. L est un point du segment [AB] tel que BL = 2 cm et D un point du segment [AC] tel que AD = 3,6 cm.

- *1. Faire la figure.*
- *2. Calculer la longueur AL*
- *3. Démontrer que la droite (LD) est parallèle à la droite (BC).*
- *4. Calculer la longueur LD*

EXERCICE1



La figure ci contre est donnée à titre indicatif pour préciser la position des points A, B, C, D et E. Les longueurs représentées ne sont pas exactes.

On donne :
CE = 5 ; CD = 12 ; CA = 18 ; CB = 7,5 ; AB = 19,5

a. Montrer que les droites (ED) et (AB) sont parallèles.
b. Montrer que ED = 13.
c. Montrer que le triangle CED est un triangle rectangle.

d. Calculer tan $\widehat{DEC}$ puis en déduire la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{DEC}$.

Correction

a.

Les droites (EB) et (DB) sont sécantes en C et coupées par les droites (ED) et AB).
Nous avons :

$$\frac{CE}{CB} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \text{ et } \frac{CD}{CA} = \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

D'après la réciproque de la propriété de Thalès, comme $\frac{CE}{CB} = \frac{CA}{CA}$ alors les droites (ED) et (AB) sont parallèles.

b.

D'après la propriété de Thalès nous avons encore $\frac{ED}{AB} = \frac{2}{3}$.
D'où ED = $\frac{2}{3}$ AB avec AB = 19,5. D'où ED = (2 × 19,5) / 3.
Donc ED = 13.

c.

On a $ED^2 = 169$
et $EC^2 + CD^2 = 25 + 144 = 169$.
Donc $ED^2 = EC^2 + CD^2$
D'après la réciproque de la propriété de Pythagore dans le triangle CED, comme $ED^2 = EC^2 + CD^2$ alors CDE est rectangle en C.

d. Calculer tan$\widehat{DEC}$ puis en déduire la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle$\widehat{DEC}$.

Dans DEC rectangle en C, on a tan$\widehat{DEC}$= DC / EC = 12 / 5.
Donc tan$\widehat{DEC}$= 2,4 et mesure de$\widehat{DEC}$= 67° à 1° près par défaut