Med Migha
97090496

Angles orientés

3eme Sc Techniques

- Si α est la mesure principale de l'angle orienté $(\widehat{\overline{ox}\ ,\ \overline{oy}})$ on a : $-\pi < \alpha \leq \pi$ et
$$(\widehat{\overline{ox},\overline{oy}}) = \alpha + k.2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

- Quelles que soient les demi-droites [ox) , [oy) et [oz) on a :
$$(\widehat{\overline{ox},\overline{oz}}) = (\widehat{\overline{ox},\overline{oy}}) + (\widehat{\overline{oy},\overline{oz}}) + k.2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

Quels que soient les vecteurs non nuls $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$

- $(\widehat{\vec{u},\vec{w}}) = (\widehat{\vec{u},\vec{v}}) + (\widehat{\vec{v},\vec{w}}) + k.2\pi$ (Relation de Chasles pour les angles des vecteurs)
- $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = -(\widehat{\vec{v},\vec{u}}) + k.2\pi$
- $(\widehat{\vec{u},-\vec{v}}) = (\widehat{\vec{u},\vec{v}}) + \pi + k.2\pi$
- $(\widehat{-\vec{u},\vec{v}}) = (\widehat{\vec{u},\vec{v}}) + \pi + k.2\pi$
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

- Le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est direct si et seulement si $(\widehat{\vec{i},\vec{j}}) = \frac{\pi}{2} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

Exercice 1

Donner la mesure principale des angles suivants :

$\frac{11\pi}{3}$; $\frac{31\pi}{4}$; $\frac{-15\pi}{2}$; $\frac{37\pi}{5}$; $\frac{-25\pi}{8}$; 313π ; -241π

Exercice 2

Donner la mesure principale de $(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$ dans chaque cas

$(\widehat{2\vec{u},3\vec{v}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ $(\widehat{-2\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$(\widehat{\vec{u},-4\vec{v}}) = -\frac{4\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ $\qquad$ $(\widehat{-5\vec{u},-3\vec{v}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Angles orientés

3eme Sc Techniques

$(\widehat{2\vec{v}, 3\vec{u}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z}$ $\quad (\widehat{-6\vec{v}, 3\vec{u}}) = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} (\widehat{2\vec{u}, 3\vec{w}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z} \\ (\widehat{\vec{w}, 2\vec{v}}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} (\widehat{\vec{u}, -2\vec{w}}) = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z} \\ (\widehat{\vec{w}, -3\vec{v}}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \ ; \ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Exercice 3

$(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ est un angle orienté de deux vecteurs du plan orienté P tel que $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) \equiv -\frac{2003\pi}{5} \ [2\pi]$.

1/ Déterminer la mesure principale α de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

2/ Le réel $\beta = \frac{1303}{5}\pi$ est-il une mesure de $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$?

3/ Soit C un point du plan tel que $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) \equiv -\frac{1098\pi}{5} \ [2\pi]$.

Montrer que $[OC) = S_O([OB))$.

Exercice 4

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A tel que $(\widehat{\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}}) \equiv -\frac{19\pi}{5} \ [2\pi]$. Désignons par I le milieu de [BC].

1/ Le réel $\frac{89\pi}{5}$ est-il une mesure de $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB})$?

2/ Déterminer θ la mesure principale en radian de $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB})$.

3/ Soit D le symétrique de B par rapport à A.

a) Montrer que BDC est un triangle rectangle en C.

b) Donner une mesure de $(\overrightarrow{DB}; \overrightarrow{DC})$

4/ Soit E le point tel que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CB}$. Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{EB}; \overrightarrow{EC}}) \equiv \frac{3}{10}\pi \ [2\pi]$.

Exercice n5

On donne un triangle ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{5\pi}{21} \ [2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{\pi}{3} \ [2\pi]$. Soit le triangle ABE isocèle en B tel que $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BE}}) \equiv \frac{3\pi}{7} \ [2\pi]$. Soit aussi le triangle ACD rectangle en C, de sens direct et $(\widehat{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}}) \equiv -\frac{3\pi}{14} \ [2\pi]$.

1/ Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{2\pi}{7} \ [2\pi]$.

2/ Prouver que E, A et D sont alignés.