Lycée Ibn Charaf Année Scolaire : **2015 – 2016**		**Devoir de contrôle n°2** Épreuve : **Mathématiques**	
Section : **4ème Sciences expérimentales**	Durée : **2h**	Coef. : **3**	**Prof./ Maayoufi**

L'Épreuve comporte deux pages numérotées de 1/2 à 2/2.
Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction. Le barème est approximatif.

Exercice 1 (3 points)

I. Indiquer, le justifiant, la réponse exacte :

1) Soit les points non alignés A, B et C de l'espace muni d'un repère orthonormé direct, l'ensemble des points M de l'espace tels que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AM} = \vec{0}$ est :

a- Le plan perpendiculaire à la droite (AB) et passant par A.
b- La droite (AB).
c- {A;B}.

2) L'ensemble des points M de l'espace tels que : $\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{AM} = 0$ est :

a- Le plan (ABC).
b- La droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
c- La droite (AB).

3) Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x + \sqrt{x+1}$ et C_f sa courbe représentative :

a- La droite y = 2x est une asymptote pour C_f au voisinage de $+\infty$.
b- La droite y = 2x est une direction asymptotique pour C_f.
c- C_f admet une branche parabolique de direction $\left(O, \vec{j}\right)$ au voisinage de $+\infty$.

II. Répondre, en le justifiant, par vrai ou faux :

1) Soit f une bijection et soit f(a)=b, si f est dérivable en a alors f^{-1} est dérivable en b et on a : $(f^{-1})'(b) = \dfrac{1}{f'(a)}$.

2) Soit le plan P : 2x – y + z – 2 = 0 et soit les points A(-2, 1, 1) , B(2, -1, 3), alors (AB) $\perp$ P.

3) Soit les plans : P :x + y – 1 = 0 et Q : y + z – 1 = 0 ; alors P // Q .

Exercice 2 (3 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{\cos x}{2\cos x - 1}$.

1. a/ Déterminer l'ensemble de définition de f.
b/ Étudier la parité de f et vérifier que 2π est une période de f.

2. a/ Étudier les variations de f sur l'intervalle $I = [0\,;\pi] \setminus \left\{\dfrac{\pi}{3}\right\}$.

b/ Calculer $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{3}\right)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to \left(\frac{\pi}{3}\right)^+} f(x)$ et dresser le tableau de variation de f sur I.

3. Tracer le graphe de f sur I.

Exercice 3 (7 points)

Soit g la fonction définie par : $g(x)=-\frac{1}{2}+\frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$ et soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

1. a/ Étudier la fonction g.

b/ justifier qu'elle réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle que l'on précisera.

2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=-\frac{1}{2}x+1+\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}$.

a/ Dresser le tableau de variation de h.

b/ Déterminer les asymptotes à la courbe de C_h.

c/ Déterminer la position de C_h par rapport à ses asymptotes et tracer le graphe de h dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3. a/ Montrer que h réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle que l'on précisera.

b/ Montrer que : $h^{-1}(x)=\frac{1}{4x-4}+1-x$.

c/ Tracer le graphe de $C_{h^{-1}}$.

Exercice 4 (7 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

Soit les points A(1,0,2), B(3,1,0), C(1,-1,3) et D(-1,1,0).

1) **a/** Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
   b/ En déduire une équation du plan P=(ABC).
2) **a/** Donner une représentation paramétrique du plan Q tel que Q // P est passant par D.
   b/ Calculer d(A,Q)
3) **a/** Calculer l'aire de triangle ABC.
   b/ En déduire le volume de tétraèdre ABCD.
4) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan P.
   a/ Calculer la distance DH.
   b/ Donner une représentation paramétrique de la droite (DH).
   c/ Déterminer les coordonnées du point H.

FIN DE L'ÉPREUVE