Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de Synthèse n° 3** *Mathématiques*	*Classes : 2ème Sc 1*
Date : 24 / 05 / 2016	*Prof : Meddeb Tarek*	*Durée : 2 heures*

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : *(7 pts)*

On a représenté dans la feuille annexe ci-jointe (page 3), dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, la parabole C_f, représentation graphique d'une fonction f définie sur IR.

1) Résoudre graphiquement :
   - $f(x) \geq 0$
   - $0 \leq f(x) \leq 6$.

2) En utilisant la courbe C_f , montrer que, pour tout $x \in IR$, $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x$.

3) Soit g la fonction définie sur $IR\setminus\{3\}$ par : $g(x)=\frac{x}{x-3}$.

   $a/$ Vérifier que, pour tout $x \in IR\setminus\{3\}$, on a : $g(x)=\frac{3}{x-3}+1$.

   $b/$ Tracer la courbe C_g représentetion graphique de g dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ de la feuille de l'annexe.

4) Déterminer, par le calcul, les coordonnées des points d'intersection de C_f et C_g .

   $b/$ Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\leq g(x)$.

5) Soit $M\left(m-2\,;\,\frac{1}{2}m^2-4m+6\right)$ où m est un réel.

   $a/$ Montrer que $M \in C_f$ pour tout $m\in IR$.
   $b/$ Déterminer les valeurs de m pour que $M \in C_g$.

Exercice n°2 : *(6 pts)*

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) Soient les points $A(0\,,3)$ et $B(4\,,-5)$ et $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$.

   Déterminer le centre I et le rayon R de $\mathscr{C}$.

2) Soit Δ la droite d'équation : $x-2y+6=0$.

   $a/$ Montrer que (AB) est perpendiculaire à Δ.

   $b/$ Montrer que $\mathscr{C}$ et Δ sont tangents et déterminer leur point de contact.

3) Soit a un réel différent de (-1). On considère l'ensemble C_α d'équation :

$$x^2 + y^2 - 2(a+1)x - 2(1-2a)y - 12a - 3 = 0.$$

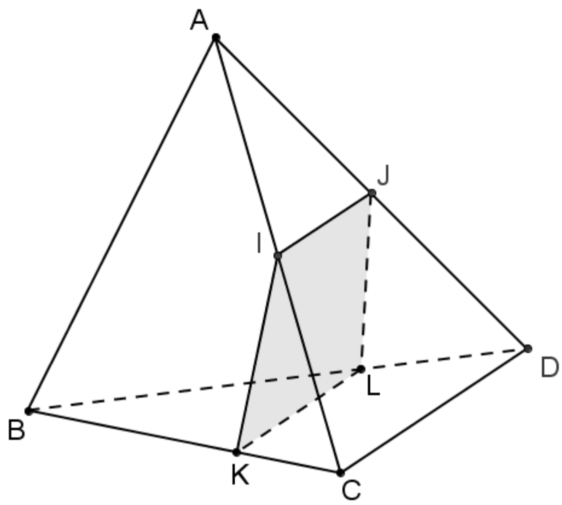
$a/$ Montrer que, pour tout $a \neq -1$, C_α est le cercle de centre $I_a(a+1\,;1-2a)$ et de rayon $R_a = \sqrt{5}|a+1|$.

$b/$ Montrer que I_a appartient à la droite (AB) privée du point A.

$c/$ Montrer que tous les cercles C_α sont tangents à Δ en A.

Exercice n°3 : *(7 pts)*

Soit $ABCD$ un tétraèdre, on désigne par I et J les milieux respectifs des arêtes $[AC]$ et $[AD]$ et par K et L les points appartenant respectivement aux arêtes $[BC]$ et $[BD]$ tels que : $BK = \frac{2}{3}BC$ et $BL = \frac{2}{3}BD$. *(voir figure)*



1) $a/$ Montrer que (IJ) et (KL) sont parallèles.

$b/$ Exprimer IJ et KL en fonction de CD, en déduire que $IJ = \frac{3}{4}KL$.

$c/$ Montrer que les droites (IK) et (JL) sont sécantes. *(on pourra faire un raisonnement par l'absurde).*

$d/$ On désigne par O le point d'intersection de (IK) et (JL), Montrer que A, B et O sont alignés.

2) On suppose dans la suite que le tétraèdre est régulier, et soit E le milieu de $[CD]$.

$a/$ Déterminer en justifiant, le plan médiateur de $[CD]$.

$b/$ En déduire que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

$c/$ Montrer que les plans (ABE) et (ACD) sont perpendiculaires.

$d/$ Les plans (ABE) et (IJK) sont-ils perpendiculaires ? Justifier.

Bonne chance

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Devoir de synthèse n° 3 *(24 – 05 – 2016)*

Nom et prénom :………………………………………… *Classe : 2 Sc $_1$*