Devoir de contrôle en mathématique N 3

Durée:1 heures

Exercice 1 (3pts)

Répondre par :**VRAI** ou **FAUX**(aucune justification n'est demandée):

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$, si n est divisible par 3 alors n est divisible par 9
2. Le produit de trois entiers naturels consécutifs est divisible par 8
3. Le reste de la division euclidienne de 123456789000 par 11 est égal à 5
4. Soit a, b et c trois entiers naturels non nuls tel que $a|b$ et $b|c$ alors $a|c$

Exercice 2 (9pts)

Soit (U_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 2U_n + 1 \end{cases}$

1. (a) Calculer U_1 , U_2 et U_3
   (b) Vérifier que U n'est ni arithmétique ni géométrique
2. On considére la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = U_n + 1$
   (a) Calculer V_0 , V_1 et V_2
   (b) Montrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et géométrique
   (c) Exprimer (V_n) puis (U_n) en fonction de n
3. On considère les sommes suivants:
   $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$
   $S'_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$
   (a) Exprimer S_n en fonction de n
   (b) Montrer que $S'_n = S_n - (n+1)$
   (c) Déduire l'expression S'_n en fonction de n

Exercice 3 (8pts)

Soit ABC un triangle et O un point de [AB] distinct de A et de B.
La parallèle à (OC) menée de B coupe (AC) en E, la parallèle à (BC) menée de E coupe (AB) en F et la parallèle à (BE) menée de F coupe (AC) en G .
Soit l'homothétie de centre A telle que h(O)=B .

1. (a) Déterminer h((OC)) . En déduire que h(C)=E
   (b) Déterminer h((BC)) . En déduire l'image de B par h.
   (c) Déterminer h((BE)) . En déduire l'image de E par h.
2. (a) Montrer que (OE) et (BG) sont parallèles .
   (b) Les droites (BC) et (OE) se coupent en I et les droites (BG) et (EF)se coupent en J .
   Monter que les points A, I et J sont alignés .