

CHIMIE : (9 points)

Toutes les solutions sont prises à 25°C, température à laquelle le produit ionique de l'eau est $K_e=10^{-14}$.

Exercice n°1 : (4,25 points)

On dispose des trois solutions basiques suivantes :

- une solution S_1 d'une monobase B_1 de concentration molaire $C_1=10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ et de $\text{pH}_1 = 11,1$;
- une solution S_2 d'une monobase B_2 de concentration molaire $C_2=10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et de $\text{pH}_2 = 12$;
- une solution S_3 d'une monobase B_3 de concentration molaire $C_3=10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et de $\text{pH}_3 = 10,1$.

1/ On considère le couple acide base BH^+/B où B est une monobase faible dont sa solution aqueuse est de concentration molaire C.

- a- En utilisant l'avancement volumique y, dresser un tableau descriptif d'évolution du système. {0,75pt}
- b- Etablir l'expression de τ_f (taux d'avancement final de la réaction de la base B avec l'eau) en fonction de pH, pK_e et C en précisant l'approximation utilisée. {0,5pt}
- c- Montrer que l'une des monobases est forte et que les deux autres sont faibles. {0,75pt}

2/ a - Montrer, en précisant l'approximation, que la constante de basicité K_b du couple BH^+/B s'écrit:

$$K_b = C \cdot \tau_f^2 \quad \{0,75\text{pt}\}$$

b- En déduire que $\text{pK}_b = 2(\text{pK}_e - \text{pH}) + \log C$. {0,5pt}

c- Montrer que les deux monobases faibles étudiées représentent en fait la même monobase. {0,5pt}

3/ La solution S_3 de la monobase B_3 est préparée à partir d'un volume $V_1=10\text{mL}$ de la solution S_1 , en lui ajoutant un volume V_e d'eau. Déterminer la valeur du volume V_e . {0,5pt}

Exercice n°2 : (4,75 points)

On considère une solution aqueuse (S_1) d'acide éthanóique $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$ de concentration molaire $C_1=0,2\text{mol.L}^{-1}$, de $\text{pH}_1 = 2,75$.

1/ a- Exprimer le taux final d'avancement τ_{f_1} de la réaction d'ionisation de $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$ dans l'eau en fonction de pH_1 et C_1 et calculer sa valeur. {0,75pt}

b- Montrer que $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$ est faiblement ionisé dans l'eau. {0,25pt}

2/ a- Etablir l'expression de la constante d'acidité K_a du couple ($\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}/\text{CH}_3\text{CO}_2^-$) en fonction du taux final d'avancement τ_{f_1} et C_1 , en précisant à chaque fois l'approximation nécessaire. {1pt}

b- Calculer K_a . {0,25pt}

3/ A partir d'un volume V_1 de (S_1), on réalise une dilution, par l'ajout d'un volume V_e d'eau pure. La solution (S_2) obtenu est de concentration molaire C_2 et de volume V_2 .

a- Montrer que le taux d'avancement final τ_{f_2} de la réaction de l'acide éthanóique avec l'eau dans la solution (S_2) s'écrit : $\tau_{f_2} = \tau_{f_1} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$. {0,75pt}

b- Exprimer pH_2 de la solution (S_2) en fonction du pH_1 , C_1 et C_2 . {0,75pt}

c- Calculer pH_2 et τ_{f_2} quand $V_e=3V_1$. {0,5pt}

d/ Etudier, en le justifiant, l'effet de cette dilution d'un acide faible sur :

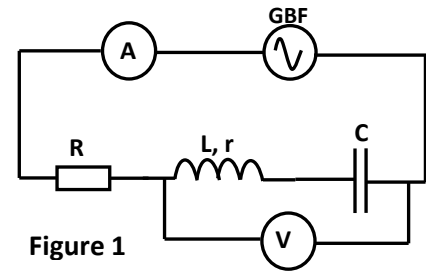
- le taux final d'avancement τ_f . {0,25pt}
- le pH de la solution. {0,25pt}

PHYSIQUE (11 points)

Exercice n°1 : (7 points)

Le circuit schématisé ci-contre (figure-1) comporte :

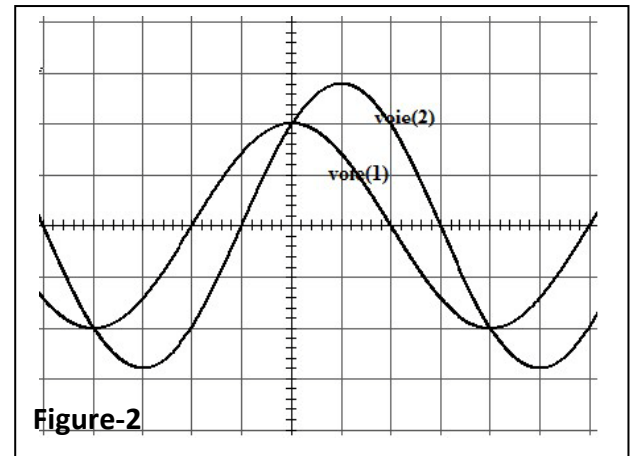
- un générateur de basse fréquence GBF,
- un résistor de résistance $R=120\Omega$,
- une bobine d'inductance L et de résistance interne r ,
- un condensateur de capacité C
- un ampèremètre,
- un voltmètre.



On fixe la fréquence de la tension de sorte que le GBF délivre une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{2})$ de valeur efficace et de phase initiale constantes.

L'intensité du courant qui circule dans le circuit est $i(t) = I_m \sin(2\pi Nt + \varphi_i)$ de valeur efficace indiquée par l'ampèremètre est $I = 25\sqrt{2}$ mA.

A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise sur la voie (1) la tension $u(t)$ et sur la voie (2) la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.



On obtient les oscillogrammes de la figure 2.

Les deux voies ont la même sensibilité verticale, soit $5V \cdot \text{div}^{-1}$.

1/ a- Reproduire le schéma du montage de la figure-1, en faisant apparaître les connexions nécessaires de l'oscilloscope. {0,5pt}

b- Déterminer les expressions numériques des tensions de $u(t)$ et $u_c(t)$. {1pt}

c- Calculer φ_i . En déduire la nature du circuit. {0,75pt}

2/ a- Montrer que l'équation différentielle régissant l'intensité $i(t)$ est donnée par :

$$(R + r)i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t)dt = u(t). \quad \{0,5pt\}$$

b- Effectuer la construction de Fresnel relative à ce circuit en prenant pour échelle : $(1\text{cm} \rightarrow 2V)$. {1pt}

c- Déduire les valeurs de C , de L et de r . {1,25pt}

d- Déterminer l'indication du voltmètre dans ces conditions. {0,5pt}

3/ a- En s'appuyant sur la construction de Fresnel, établir l'expression de l'amplitude I_m de l'intensité du courant en fonction de U_m , R , r , L , C et la pulsation ω . {0,5pt}

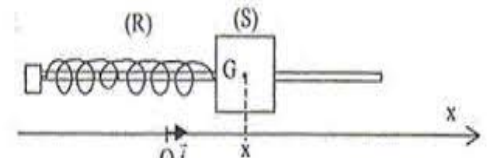
b- Déduire l'expression de l'amplitude Q_m de la charge instantanée du condensateur. {0,25pt}

c- Montrer que la pulsation à la résonance de charge est : $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{(R+r)^2}{2L^2}}$ où ω_0 représente la pulsation propre du résonateur. {0,5pt}

d- Préciser, en justifiant, s'il faut augmenter ou diminuer la fréquence N du GBF pour atteindre la résonance de charge. {0,25pt}

Exercice n°2 : (4 points)

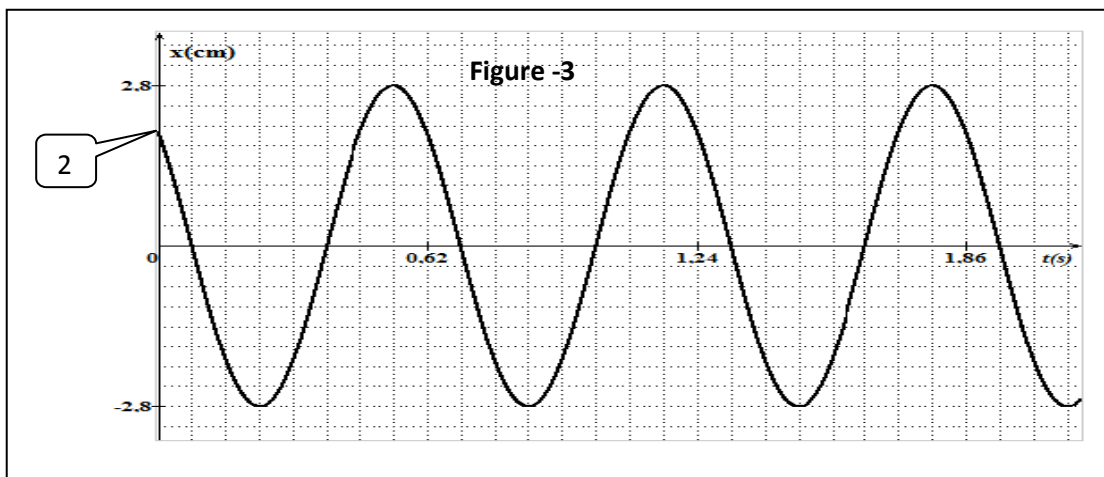
Un solide (S) de centre d'inertie G et de masse $m=195\text{g}$ pouvant coulisser sans frottement le long d'une tige horizontale et attaché à l'extrémité libre d'un ressort (R) de raideur K.



La position de G est définie par son abscisse qu'on désigne par x dans le repère (O, \vec{i}) , O étant la position d'équilibre de G et \vec{i} un vecteur unitaire de même direction que la tige. La deuxième extrémité du ressort étant fixe dans le repère (O, \vec{i}) .

A partir d'une certaine date qu'on choisit comme origine du temps, un dispositif approprié a permis d'enregistrer l'évolution de l'élongation x de G en fonction du temps.

La figure -3 représente une partie de la courbe $x=f(t)$



1/ a- Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation $x(t)$. {0,5pt}

b- Ecrire, en s'aidant de la courbe de la figure-3, l'expression numérique de $x(t)$. {0,75pt}.

c- Déterminer la valeur de K. {0,25pt}

2/ a- Montrer que l'énergie mécanique E du système (solide + ressort) se conserve. {1pt}

b- Calculer la valeur de E. {0,5pt}

c- Déterminer, à l'instant initiale, les valeurs de l'énergie potentielle élastique $E_{pe}(t=0)$ et celui de l'énergie cinétique $E_c(t=0)$. {1pt}

Chimie : Ex.1.

1/ a-

équation	B	+ H ₂ O	↔	BH ⁺	+ OH ⁻
t=0	C			0	10 ⁻⁷
t>0	C-y			y	y+10 ⁻⁷
t=t _f	C-y _f			y _f	y _f +10 ⁻⁷

b- $\tau_f = \frac{y_f}{y_{\max}}$; avec $y_{\max} = C$;

on néglige les ions OH⁻ provenant de l'eau devant celle provenant de la base : $[\text{OH}^-]_f = y_f + 10^{-7} \approx y_f$

$$\tau_f = \frac{[\text{OH}^-]}{C} = \frac{(K_e/[\text{H}_3\text{O}^+])}{C} = \frac{10^{\text{pH} - \text{p}K_e}}{C} ;$$

c- $\tau_{f1} = \frac{10^{11,1-14}}{10^{-1}} = 0,0125 < 1$ donc B₁ est une base faible,

$$\tau_{f2} = \frac{10^{12-14}}{10^{-2}} = 1$$
 donc B₂ est une base forte,

$$\tau_{f1} = \frac{10^{10,1-14}}{10^{-3}} = 0,125 < 1$$
 donc B₃ est une base faible.

2/ a- on néglige les ions OH⁻ provenant de l'eau devant celle provenant de la base : $[\text{OH}^-]_f = y_f + 10^{-7} \approx y_f$

Pour une base faible $C \gg y_f \rightarrow C + y_f \approx C$

$$K_b = \frac{[\text{BH}^+][\text{OH}^-]}{[\text{B}]} = \frac{(y_f)(y_f + 10^{-7})}{C - y_f} \approx \frac{y_f^2}{C} = \frac{(C \cdot \tau_f)^2}{C} = C \cdot \tau_f^2$$

b- $K_b = C \cdot \tau_f^2 \rightarrow -\log(K_b) = -\log(C \cdot \tau_f^2) \rightarrow \text{p}K_b = -\log C - 2\log(\tau_f) \rightarrow \text{p}K_b = -\log C - 2\log\left(\frac{10^{\text{pH} - \text{p}K_e}}{C}\right)$

$$\text{p}K_b = -\log C - 2\log(10^{\text{pH} - \text{p}K_e}) + 2\log C \rightarrow \text{p}K_b = \log C - 2(\text{pH} - \text{p}K_e) \rightarrow \text{p}K_b = 2(\text{p}K_e - \text{pH}) + \log C.$$

c- $\text{p}K_{b1} = 4,8$ et $\text{p}K_{b3} = 4,8$ donc B₁ et B₃ sont en fait la même monobase.

3/ Le nombre de fois de dilution est $n = \frac{C_1}{C_3} = 100 \rightarrow V_3 = 100V_1 \rightarrow V_3 = 10 \times 100 = 1000\text{mL}$

→ le volume d'eau ajouté est $V_e = 990\text{mL}$.

Chimie : Ex.2.

1/ a- $\tau_f = \frac{y_f}{y_{\max}}$; avec $y_{\max} = C$ et $y_f = [\text{H}_3\text{O}^+]$ donc $\tau_{f1} = \frac{10^{-\text{pH}1}}{C_1} = \frac{10^{-2,75}}{0,2} = 0,00889$.

b- $\tau_{f1} < 1$ donc CH₃COOH est un acide faible.

2/ a-

équation	CH ₃ COOH +	H ₂ O	↔	CH ₃ COO ⁻	+ H ₃ O ⁺
t=0	C			0	10 ⁻⁷
t>0	C-y			y	y+10 ⁻⁷
t=t _f	C-y _f			y _f	y _f +10 ⁻⁷

On néglige les ions H₃O⁺ provenant de l'eau devant celle provenant de l'acide : $[\text{H}_3\text{O}^+]_f = y_f + 10^{-7} \approx y_f$

L'acide éthanoïque est un acide faible : $C \gg y_f \rightarrow C + y_f \approx C$.

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = \frac{(y_f)(y_f + 10^{-7})}{C - y_f} \approx \frac{y_f^2}{C} = \frac{(C \cdot \tau_f)^2}{C} = C \cdot \tau_f^2$$

b- $K_a = 0,2 \times (0,00889)^2 = 15,8 \cdot 10^{-6}$

3/ a- Lors d'une dilution K_a ne varie pas : $K_{a1} = K_{a2} \rightarrow C_1 \cdot \tau_{f1}^2 = C_2 \cdot \tau_{f2}^2 \rightarrow \left(\frac{\tau_{f2}}{\tau_{f1}}\right)^2 = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \tau_{f2} = \tau_{f1} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

b- le nombre de fois de dilution $n = \frac{C_1}{C_2} \rightarrow \text{pH}_2 = \text{pH}_1 + \frac{1}{2} \log(n) = \text{pH}_1 + \frac{1}{2} \log\left(\frac{C_1}{C_2}\right)$

c- $V_e = 3V_1 \rightarrow V = V_1 + V_e = V_1 + 3V_1 = 4V_1 \rightarrow$ le nombre de fois de dilution $n = 4 \rightarrow \text{pH}_2 = 2,75 + \frac{1}{2} \log(4) = 3,05$

et $\tau_{f2} = 0,00889 \sqrt{4} = 0,017$.

d- Avant dilution ($\text{pH}_1 = 2,75$) et après dilution ($\text{pH}_2 = 3,05$) → le pH d'une solution acide faible augmente.

Avant dilution ($\tau_{f1} = 0,00889$), après dilution (et $\tau_{f2} = 0,017$) → τ_f d'un acide faible augmente.

Physique : Ex.1.

1/ a- voir figure-1.

b- $u(t) = U_m \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{2})$

$U_m = 2 \times 5 = 10V \rightarrow u(t) = 10 \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{2})$;

$u_C(t) = U_{cm} \sin(2000\pi t + \varphi_{uc})$

$U_{cm} = 2,4 \times 5 = 14V$

$\varphi_u - \varphi_{uc} = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{8} \times 1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

Or $\varphi_u = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$, donc $\varphi_{uc} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$u_C(t) = 14 \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{4})$;

c- $\varphi_i - \varphi_{uc} = \frac{\pi}{2}$ comme $\varphi_{uc} = \frac{\pi}{4}$ donc $\varphi_i = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

$\varphi_i > \varphi_u \rightarrow i(t)$ est en avance de phase sur $u(t) \rightarrow$ le circuit est capacitif.

2/ a- On applique la loi des mailles, et on aboutit à l'équation différentielle :

$(R + r)i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t)dt = u(t)$.

b- Construction de Fresnel

c- $I_m = I\sqrt{2} = 25\sqrt{2}\sqrt{2} = 50\text{mA} = 0,05\text{A}$

$L \omega I_m = 3,5 \times 2 = 7V \rightarrow L = \frac{7}{\omega I_m} = \frac{7}{2000 \times 3,14 \times 0,05} = 0,022\text{H}$

$RI_m = 120 \times 0,02 = 6V$

$(R+r)I_m = 3,5 \times 2 = 7V \rightarrow r = \frac{7}{I_m} - R = 20\Omega$

$U_{cm} = \frac{I_m}{C\omega} \rightarrow C = \frac{I_m}{\omega U_{cm}} = \frac{0,05}{2000 \times 3,14 \times 14} = 5,68 \cdot 10^{-7}\text{F}$

d- L'indication du voltmètre est $U = I \sqrt{r^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2} = 5V$.

3/ a- Le théorème de Pythagore appliqué au triangle OAB rectangle en B, donne: $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 + (\frac{1}{C\omega} - L\omega)^2}}$

b- $I_m = \omega Q_m \rightarrow Q_m = \frac{I_m}{\omega} = \frac{U_m}{\sqrt{(R+r)^2 \omega^2 + (\frac{1}{C} - L\omega^2)^2}}$ on pose $g(\omega) = (R+r)^2 \omega^2 + (\frac{1}{C} - L\omega^2)^2$

c- A la résonance de charge Q_m devient maximale et $g(\omega)$ devient minimal $g'(\omega) = 0 \rightarrow \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{(R+r)^2}{2L^2}}$

d- Calculons $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,022 \times 5,68 \cdot 10^{-7}}} = 8945 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\omega_r = \sqrt{8945^2 - \frac{(120+20)^2}{2 \times 0,022^2}} = 7730 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

On a $\omega = 2000 \times 3,14 = 6280 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

$\omega_r > \omega \rightarrow N_r > N \rightarrow$ il faut augmenter la fréquence N pour atteindre la résonance de charge.

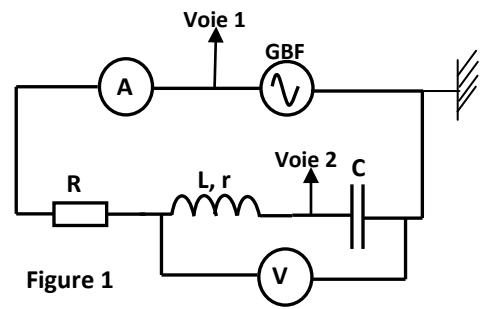
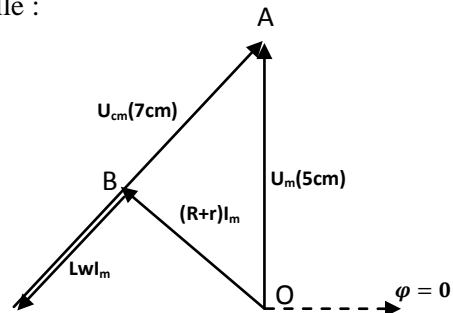


Figure 1



Physique : Ex.2.

1/ a- L'équation différentielle : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$.

b- $x(t) = X_m \sin(2\pi N_0 t + \varphi_x)$; $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0,62} = 1,61\text{Hz}$; $X_m = 2,8 \text{ cm} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$2,8 \cdot 10^{-2} \sin(\varphi_x) = 0,02 \rightarrow \sin(\varphi_x) = 0,707 \rightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{4}$ ou $\varphi_x = \frac{3\pi}{4}$

$x(t)$ est décroissante au voisinage de $t = 0 \rightarrow \cos(\varphi_x) < 0 \rightarrow \varphi_x = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$.

finalement : $x(t) = 2,8 \cdot 10^{-2} \sin(10,11t + \frac{3\pi}{4})$ {exprimé en m}

c- $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

2/ a- $E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$

$\frac{dE}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + mv \frac{dv}{dt} = kx \frac{dx}{dt} + m \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dx}{dt} (kx + m \frac{d^2x}{dt^2})$

or d'après l'équation différentielle $kx + m \frac{d^2x}{dt^2} = 0$ donc $\frac{dE}{dt} = 0$, ce qui montre que l'énergie mécanique du système {solide+ressort} est constante au cours du temps.

b- $E = \frac{1}{2}kX_m^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

c- A $t = 0$, $E_{pe} = \frac{1}{2}kx_0^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ et on a $E = E_{pe} + E_c \rightarrow E_c = E - E_{pe} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.