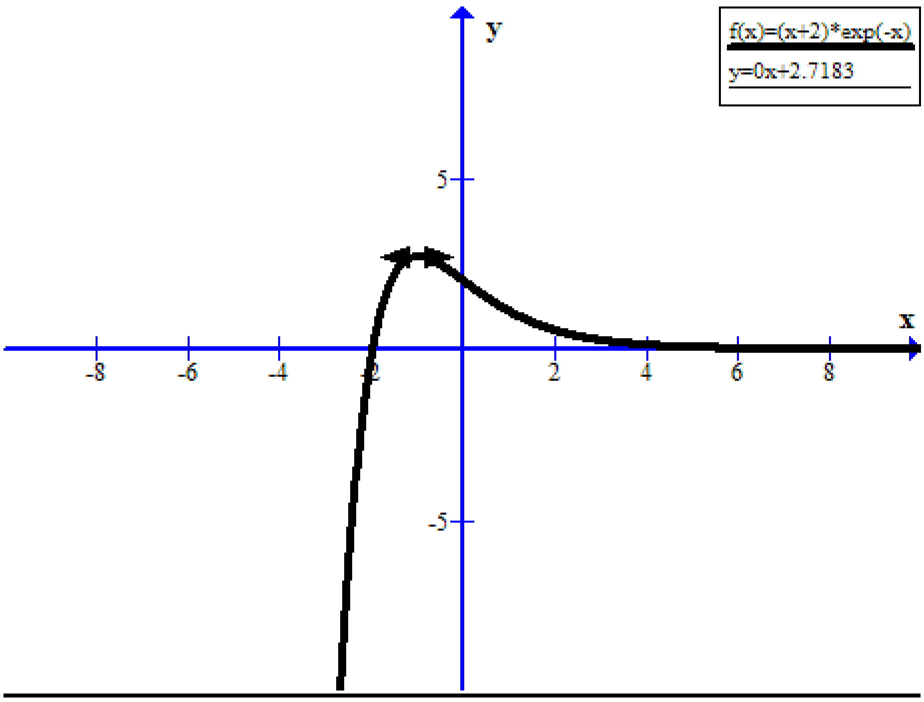
Prof :B.Anis Niveau:4èmesc-exp$_2$	Devoir de contrôle n°2 Mathématiques Durée :2h	L.S.Elksour A.S :2015-2016

Exercice n°1(4.5 pts)

On a représenté ci-dessous la courbe (C)d'une fonction f dérivable sur IR.

(C) admet une branche parabolique de direction (O,$\vec{j}$) au voisinage

de (-∞).L'axe des abscisse est une asymptote à (C) au voisinage de (+∞).(C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse (-1)



En utilisant le graphique et les renseignements données répondre aux questions suivantes.

1)Déterminer$\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ etf'(-1).

2)Soit F la primitive de f tel que F(0)=0.Donner le sens de variation de F sur IR.

3)a)Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty;-1]$.Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à préciser.

b)Montrer que g^{-1} est continue sur J.

c)Dresser le tableau de variation de g^{-1}.

Exercice n°2(5pts)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ on considère les points A(-1,1,-1) ,B(0,2,-1) et C(-2,-1,0)

1)a)Montrer que les points A,B et C déterminent un plan P.

b)Donner une équation cartésienne de P.

c)Déterminer l'aire du triangle ABC.

3)Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par E(0,1,-1) et perpendiculaire à la droite (AC).

4)Montrer que P et Q sont sécantes suivant une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.

5)Soit S l'ensemble des points M(x,y,z) tel que $x^2+y^2+z^2+2x-4y+8z+17=0$.

a)Montrer que S est une sphère dont déterminera le centre I et le rayon R.

b)Etudier la position relative de S et P. Caractériser S∩P.

c)Calculer la distance de I à la droite Δ.En déduire la position relative de S et Δ .

Exercice n°3(6pts)

Soit f la fonction définie sur $[-1,+\infty[$ par f(x)=$\begin{cases} 2-\cos\pi x & si\ x\in[-1,0] \\ \frac{1}{1+\sqrt{x}} & si\ x>0 \end{cases}$

Et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1)a)Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.

b)Montrer que f est dérivable sur chacun des intervalles $[-1.0[\ et]0,+\infty[$

c)Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

d)Montrer que le point I$\left(\frac{-1}{2},2\right)$ est un point d'inflexion pour (C).

e)Ecrire l'équation de la tangente à (C) au point I.

2)a)Montrer que f réalise une bijection de $[-1,+\infty[$ sur un intervalle J à déterminer.

b)Déterminer$f^{-1}(2)$ et $f^{-1}(\frac{1}{2})$.

c)Construire la courbe (C) et la courbe (C') celle de f^{-1} dans un même repère.

d)Exprimer$f^{-1}(x)$ $\forall\, x \in\ ]0,1[$

3)Etudier la dérivabilité de f^{-1} sur J.puis calculer $(f^{-1})'(x)$ $\forall x \in]1,3[$

Exercice n°4(4.5 pts)

Soit f(x)=$\frac{1}{1+x^2}$ $\forall\, x \in IR$.

1)a)Montrer que f admet au moins une primitive sur IR.

b)Soit F la primitive de f sur IR qui s'annule en 0.

On pose K(x)=F(x)+F(-x) $\forall\, x \in IR$

Calculer K'(x).En déduire que F est impaire.

2)Soit G(x)=F(tanx) $\forall\, x \in \left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

a)Montrer que G est dérivable sur $\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ et calculer G'(x).En déduire que G(x)=x.

b)Calculer F($\frac{1}{\sqrt{3}}$) et F($\frac{-1}{\sqrt{3}}$).

Bon travail