Lycée Thelepte		**Niveau :3^éme Math**
A.S :2015/2016	***Devoir de contrôle n°1***	**date : 05/11/2015**
Prof : Mhamdi Abderrzek	***Mathematiques***	**durée : 2h**

……………………………Exercice n°1(4pts)…………………………………

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte.

1). Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x - 1$ .L'équation $f(x) = 0$ admet une solution dans :

a) [0 ;1]	**b)** [1;2]	**c)** [-2 ;-1]

2). Soit f une fonction continue sur [2 ;5[alors :

a) f est continue à gauche en 5	**b)** f est continue en 2	**c)** $\lim\limits_{2^+}(f)=f(2)$

3). L'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{-3x+5}{(\mathrm{E}(x))^2-5}$ est :

a) $\mathbb{R}$	**b)** $\mathbb{R} \setminus \{5\}$	**c)** $\mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$

4). Si A,B,C et D quatre points deux à deux distincts tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$, alors nécessairement :

a) Cet D confondus	**b)** $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$	**c)** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

……………………………Exercice n°2 (6pts)…………………………………

La courbe tracée dans l'annexe (page 3) représente une fonction f définie sur[-2 , 7].

Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :

1).a).Déterminer l'ensemble de continuité de f.

b). Déterminer : f (-2) ; $\lim\limits_{-2^+}(f)$; $f(0)$; $\lim\limits_{0^-} f$; $\lim\limits_{0^+} f$;f(3) ; $\lim\limits_{3^-}(f)$; $\lim\limits_{3^+}(f)$;

$f(5)$; $\lim\limits_{5^-}(f)$; $\lim\limits_{5^+}(f)$ et $\lim\limits_{7^-}(f)$.

2).a). Déterminer f([-2 ; 0]) , f(]-1 ; 3]) , f([3 ; 5]) et f([-2 ; 7]) .

b).Déterminer max(f) et min (f).

4).Soit g la restriction de f à l'intervalle [-2 ;3] et h=|g|

a). Déterminer les variations de g.

b). Tracer C_h la courbe de h à partir de C_g la courbe de g .Expliquer.

……………………………….Exercice n°3 (4pts)……………………………………..

On donne la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x-1} & si\ x \in]-\infty;1[\\ \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2} & si\ x \in]1;+\infty[\end{cases}$

1).a).Déterminer le domaine de définition de f.

b).Vérifier que f est continue sur son domaine de définition .

2).a). Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$.

b). Déduire que f est prolongeable par continuité en 1.

c).Déterminer le prolongement par continuité F de f en 1.

……………………………….Exercice n°4 (6pts)……………………………………..

Soit ABC un triangle équilatéral de coté 4cm et G son centre de gravité.

I = A * C et D le point vérifiant : $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BI}$.

1).a). Calculer : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

b). Quelle est la nature du quadrilatère ADCB ?

2). Déterminer et construire l'ensemble Γ = { M∈$\mathcal{P}$ / $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = 5$ }

3).a). Montrer que pour tout point M∈$\mathcal{P}$ on a : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2 = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD} + 8$

b). En déduire l'ensemble Δ des points M du plan tel que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2 - 8 = 0$

4). Soit l'application $f : \mathcal{P} \to \mathbb{R}$

$$M \mapsto f(M) = MA^2 + MB^2 + MC^2$$

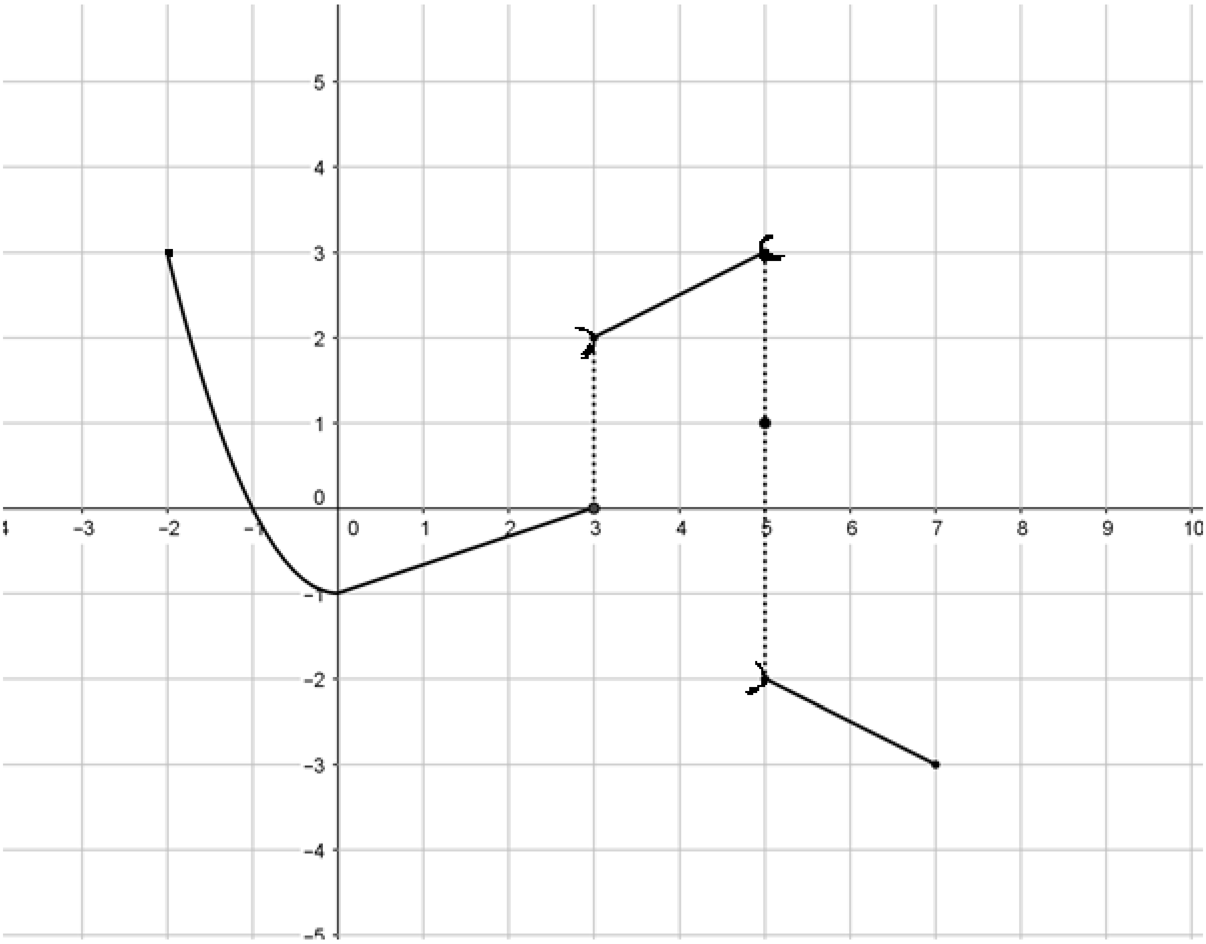
a).Montrer que pour tout point M ∈$\mathcal{P}$ on a f (M) = 3MG² + 16

b). Déterminer et construire l'ensemble Γ' = { M∈$\mathcal{P}$ / MA² + MB²+ MC² = 43 }

Bon travail

<u>Annexe à rendre avec la copie</u>

Nom :………………… Prénom :……………………… Classe :……………………



Exercice n°1……………………………………………

1	2	3	4
a	*c*	*a*	*b*

Exercice n°2……………………………………………

1).a). L'ensemble de continuité de f est $[-2;7]\setminus\{3;5\}$.

b). Déterminer : $f(-2)=-1$; $\lim\limits_{-2^+}(f)=3$; $f(0)=-1$; $\lim\limits_{0^-}f=-1$; $\lim\limits_{0^+}f=-1$;

$f(3)=0$; $\lim\limits_{3^-}(f)=0$; $\lim\limits_{3^+}(f)=2$; $f(5)=1$; $\lim\limits_{5^-}(f)=3$; $\lim\limits_{5^+}(f)=-2$ et $\lim\limits_{7^-}(f)=-3$.

2).a). $f([-2;7])=[-1;3]$; $f(]-1;3])=[-1;0]$; $f([3;5])=]2;3[\cup\{0;1\}$; $f([-2;7])=[-3;-2[\cup[-1;3]$

b). Déterminer max (f) =3et min (f)=-3.

4).a). g est décroissante sur $[-2;0]$ et croissante sur $[0;3]$.

b). $h(x)=\begin{cases} g(x)\, si\, g(x)\geq 0 \\ -g(x)\, si\, g(x)\leq 0\end{cases}$

Exercice n°3……………………………………………

1). *a*).La fonction $x\longmapsto\frac{x^2+2x-3}{x-1}$ est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ en particulier sur $]-\infty;1[$.

.La fonction $x\longmapsto\frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$ est définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\,;1\}$ en particulier sur $]-\infty;1[$.

(car $x^2+3\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ et $\sqrt{x^2+3}-2\neq 0\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\,;1\}$) .

***b*).** La fonction $x\longmapsto\frac{x^2+2x-3}{x-1}$ est continue sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$(fonction rationnelle) en particulier sur $]-\infty;1[$.

.La fonction $x\longmapsto\frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$ est continue sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\,;1\}$ en particulier sur $]-\infty;1[$.

(car $x^2+3\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ et $\sqrt{x^2+3}-2\neq 0\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\,;1\}$et les fonctions $x\longmapsto x^2+3$ et $x\longmapsto\sqrt{x^2+3}-2$ sont continues sur $]-\infty;1[$) .

2).a). $*$). $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{x^2+2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^-}(x+3)=1+3=\mathbf{4}$.

$*$). $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{(x^2-1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{(x^2-1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{(x^2-1)}$

$=\lim\limits_{x\to1^+}(\sqrt{x^2+3}+2)=\sqrt{1^2+3}+2=2+2=\mathbf{4}$.

b).On a f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ et $\lim\limits_{x\to1} f(x) = 4$ (**finie**) ($\lim\limits_{x\to1} f(x) = 4$ car $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = 4$).

Donc f est prolongeable par continuité en 1.

c).La fonction $\boldsymbol{F}$ définie sur $\mathbb{R}$ par $\boldsymbol{F}(x) = \begin{cases} f(x) & si\ x \in \mathbb{R}\backslash\{1\} \\ 4 & si\ x = 1 \end{cases}$ est le prolongement par continuité de f en 1.

Exercice n°4……………………………………………..

1).a).$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ =BA.BC.cos$(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}})$=4.4.$\frac{1}{2}$ = **8**.

b).On a I = A * C= B * D et BC=BA alors ADCB est un **losange.**

2).$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC}$ =5 signifie IM^2-IA^2=5 signifie IM^2=5+IA^2=5+4=9 signifie IM=3 signifie Γ est le cercle de centre I et de rayon 3.

3).***a***).$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2=(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}).(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}) - MB^2=MB^2+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} - MB^2$

$=\overrightarrow{MB}.(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA})+\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD}$+8 (car $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BD}$ (puisque ADCB est un parallélogramme) et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$=8).

b). $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2$-8=0 signifie $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD}$+8-8=0 signifie $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD}$ =0 signifie Δ est la perpendiculaire à (BD) en B.

4).a).f(M)=$MA^2+MB^2+MC^2=(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2=MG^2+2\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GA}+GA^2$ $+ MG^2+2\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GB}+GB^2+ MG^2+2\overrightarrow{MG}.\overrightarrow{GC}+GC^2=3MG^2+2\overrightarrow{MG}.(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})+GA^2+GB^2+GC^2$.

Or $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ car G est le centre de gravité de ABC et GA=GB=GC=$\frac{2}{3}$ BI=$\frac{2}{3}.\frac{4\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(car G est le centre de gravité de ABC et ABC est un triangle équilatéral donc BI est une hauteur aussi).

Alors on obtient $GA^2=GB^2=GC^2=\frac{16}{3}$ et par suite ***f*****(M)= 3MG²+16.**

b). $MA^2+MB^2+MC^2$= 43 signifie $3MG^2$+16=43 signifie MG^2=9 signifie MG=3 signifie Γ'est le cercle de centre G et de rayon 3.