

<i>Mathématiques</i>		<i>Devoir de contrôle N°1</i>	
<i>Lycée Takelsa</i>			
<i>Classe : 3<sup>ème</sup> Math</i> <i>Date : le 19/11/2015</i>	<i>Durée : 2 h</i>	<i>Prof : Ziadi Mourad</i>	

### Exercice N :1 (03pts)

Répondre par « Vrai » ou « Faux », en justifiant la réponse .

- 1) Soit ABC un triangle tel que  $AB = AC = 2$  et  $BC = 3$  , alors  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$  .
- 2) Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \sqrt{x - E(x)}$  , avec  $E(x)$  est la fonction partie entière ,  
alors le domaine de définition de  $f$  est  $[0, +\infty[$  .
- 3) Soient E et F deux points distincts du plan. L'ensemble des points M tels que  $ME^2 = \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{FE}$  est le cercle de diamètre [EF] .

### Exercice N :2 (06pts)

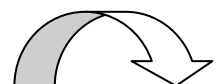
I) Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{\sqrt{4+2x^2} - 2}{x}$

- 1) a) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$  .  
b) Etudier la continuité de  $f$  sur son ensemble de définition.
- 2) Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement  $h$  .
- 3) a) Montrer que  $f$  est une fonction impaire.  
b) Montrer que  $f$  est majorée sur  $]0, +\infty[$  par  $\sqrt{2}$  .En déduire que  $f$  minorée sur  $] -\infty, 0[$  par  $-\sqrt{2}$

II) Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 4} + 2} & \text{si } x \leq 0 \\ g(x) = x^4 - 2x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Etudier la continuité de  $g$  sur  $\mathbb{R}$  .
- 2) a) Vérifier que pour tout  $x \in \mathbb{R}$  on a :  $x^4 - 2x^2 = (x^2 - 1)^2 - 1$   
b) En déduire que  $g$  est strictement croissante sur  $[1 ; +\infty[$  .
- 3) a) Montrer que l'équation  $g(x) = 4$  admet une solution unique  $\alpha \in ]1, 2[$ .  
b) Vérifier que  $g(-\alpha) = \frac{2-\alpha^2}{\alpha}$  .



### Exercice N :3( 06pts)

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 4 .Soit D le barycentre des points pondérés (A,1) ,( B, -1) et (C, 1).

- 1) Montrer que ABCD est un losange. On notera O son centre .
- 2) Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$  et  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$
- 3) Soit E l'ensemble des points M tels que  $MA^2 - MB^2 + MC^2 = 0$  .
  - a) Montrer que :  $MA^2 - MB^2 + MC^2 = MD^2 + 2DA^2 - DB^2$  .
  - b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de E .
- 4) Soit F l'ensemble des points M tels que  $MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 32$  .
  - a) Vérifier que le point B appartient à F .
  - b) Montrer que :  $MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 2\overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}) - AB^2$
  - c) Montrer que M est un point de F si et seulement si  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BD} = 24$  .
  - d) Déterminer alors l'ensemble F.

### Exercice N :4 (05pts)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{59\pi}{6} [2\pi]$  ; E et F sont les points tels que :

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AE \\ (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} AC = AF \\ (\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{array} \right.$$

- 1) Montrer que la mesure principale de  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$  est  $\frac{\pi}{6}$  .
- 2) Faire une figure.
- 3) Montrer que les triangles ACE et ABF sont isométriques .
- 4) a) Montrer que  $(\overrightarrow{CE}; \overrightarrow{BF}) \equiv (\overrightarrow{CE}; \overrightarrow{CA}) + (\overrightarrow{FA}; \overrightarrow{BF}) + \frac{\pi}{2} [2\pi]$  .
  - b) En déduire que (CE) et (BF) sont perpendiculaires.
- 5) Calculer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :  $(\overrightarrow{FC}; \overrightarrow{AE})$  et  $(2\overrightarrow{FA}; -3\overrightarrow{AB})$  .

**BON TRAVAIL**

