L.KAYRIDINE JANOURA
MR : AMMAR BOUAJILA
GSM :92 741 567

ANGLES ORIENTE'S

$3^{éme}$ MATHS 2015/2016

EXERCICE N°1

$\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$ est un angle orienté de deux vecteurs du plan orienté P tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)} \equiv -\frac{2003\pi}{5}\ [2\pi]$.

1/ Déterminer la mesure principale α de $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$.

2/ Le réel $\beta = \frac{1303}{5}\pi$ est-il une mesure de $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$?

3/ Soit C un point du plan tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)} \equiv -\frac{1098\pi}{5}\ [2\pi]$.
Montrer que [OC)=S_O([OB)).

EXERCICE N°2

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A tel que $\widehat{(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})} \equiv -\frac{19\pi}{5}\ [2\pi]$. Désignons par I le milieu de [BC].

1/ Le réel $\frac{89\pi}{5}$ est-il une mesure de $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$?

2/ Déterminer θ la mesure principale en radian de $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$.

3/ Soit D le symétrique de B par rapport à A.

a) Montrer que BDC est un triangle rectangle en C.

b) Donner une mesure de $(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC})$

4/ Soit E le point tel que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CB}$. Montrer que $\widehat{(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EC})} \equiv \frac{3}{10}\pi\ [2\pi]$.

EXERCICE N°3

On donne un triangle ABC tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}\right)} \equiv \frac{5\pi}{21}\ [2\pi]$ et $\widehat{\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)} \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. Soit le triangle ABE isocèle en B tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BE}\right)} \equiv \frac{3\pi}{7}\ [2\pi]$. Soit aussi le triangle ACD rectangle en C, de sens direct et $\widehat{\left(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA}\right)} \equiv -\frac{3\pi}{14}\ [2\pi]$.

1/ Montrer que $\widehat{\left(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}\right)} \equiv \frac{2\pi}{7}\ [2\pi]$.

2/ Prouver que E, A et D sont alignés.

EXERCICE N°4

Dans le plan orienté P dans le sens direct, on considère le triangle ABC tel que

$\widehat{(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})} \equiv -\frac{95\pi}{7} \quad [2\pi]$ et $\widehat{(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})} \equiv \frac{138\pi}{7} \quad [2\pi]$.

1/ Donner les mesures principales de $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})$.

2/ Calcculer $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$; déterminer la nature du triangle ABC.

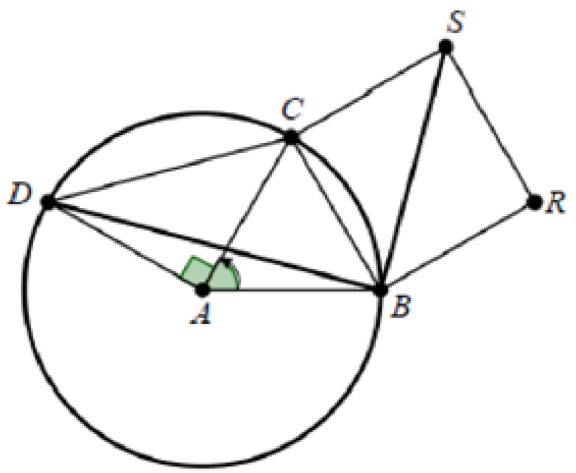
3/ Posons I le milieu de [BC]. Soit E le point de P vérifiant :E $\in \Delta$ la médiatrice de [BC] et $\widehat{(\overrightarrow{EB};\overrightarrow{EI})} \equiv \frac{3\pi}{28} \quad [2\pi]$. Le cecle $\mathcal{C}$ de centre A et passant par B coupe [IA) en N. Montrer que E = N.

EXERCICE N°5

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un cercle Γ de centre A et de rayon 4. Soient B, C et D trois points de (C) tels que

$\widehat{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})} \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$ et $\widehat{(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})} \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$

On considère le carré BRSC. (Voir figure ci-dessous)



1) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés : $(\overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD})$ et $(\overrightarrow{BS} , \overrightarrow{BA})$.

2)**a** – Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{DB} , \overrightarrow{DC})$.

b – En déduire que $\widehat{(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB})} \equiv \frac{\pi}{12} \quad [2\pi]$

3) Déduire de ce qui précède que (BS) $\perp$ (DB).

4) Déterminer l'ensemble E des points M vérifiant $\widehat{(\overrightarrow{MC},\overrightarrow{MB})} \equiv -\frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$.

EXERCICE N°6

Soit ABC un triangle rectangle en A et de sens direct tel que

$\widehat{(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})} \equiv \frac{1999\pi}{3} \ [2\pi]$.

1/a) Montrer que la mesure principale de $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$ est $\frac{\pi}{3}$

b) faire une figure.

2/ Désignons par I le milieu du segment [BC], J est le point d'intersection de la médiatrice de [AI] et celle de [BC].

a) Prouver que $\frac{\pi}{6}$ est la mesure principale de chacun des angles orientés $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CJ}\right)$ et $\left(\overrightarrow{CJ};\overrightarrow{CI}\right)$.

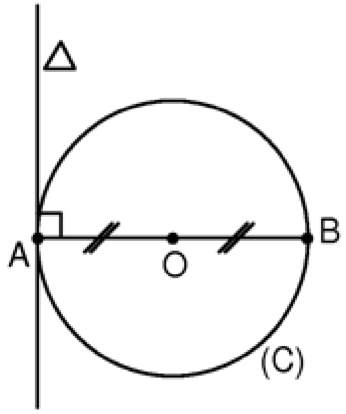
b) Montrer alors que $\widehat{\left(\overrightarrow{JB};\overrightarrow{JA}\right)} \equiv \pi\ [2\pi]$.

3/ Désignons par D le point d'intersection de (CJ) et $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC. Prouver que DBA est un triangle isocèle en D.

EXERCICE N°7

Choisir la bonne proposition.

Dans le plan P orienté dans le sens direct on considère la figure ci-dessous: (C) est le cercle de diamètre [AB], Δ est la perpendiculaire à (AB) en A.



E={M∈ P /	[AB)\{A}	[AB]\{A, B}	[AB)	$\overset{\frown}{BA}$ \{A, B}	(C)\{A, B}	Δ
$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 0$ }						
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = AM \times AB$ }						
$\widehat{\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right)} \equiv 0\ [2\pi]$ }						
$\widehat{\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)} \equiv \pi\ [2\pi]$ }						
$\widehat{\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$}						
$\widehat{\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)} = \frac{\pi}{2}+k\pi$; avec $k\in \mathbb{Z}$ }						