EXERCICE N1 :

1) Déterminer les racines carrées de chacun des complexes suivants :

-4 ; 9 ; $2i$; $\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; $\sqrt{3}+i$; $3+4i$; $8-6i$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ chacune des équations suivantes :

a) $z^2-(2i+1)z+i-1=0$ b) $z^2+4iz-4=0$ c) $iz^2-(1+2i)z+1+i=0$

EXERCICE N2 :

Soit l'équation (E) : $z^2+2(\sqrt{3}+i)z+8+8\sqrt{3}i=0$

On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E).

1) a) Sans calculer z_1 et z_2 vérifier que $|z_1.z_2|=16$ et $\arg(z_1\times z_2)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$

b) Vérifier que $z_1=-4i$ est une solution de (E).

c) En déduire l'écriture exponentielle puis l'écriture cartésienne de z_2.

2) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^4+2(\sqrt{3}+i)z^2+8+8\sqrt{3}i=0$

EXERCICE N3 :

1) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $2z^2+(7+i\sqrt{3})z-4(1-i\sqrt{3})=0$

a) Montrer que (E) admet une solution réelle x que l'on déterminera.

b) Donner alors l'autre solution de (E).

2) Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A=2i$ et $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ et on désigne par I le milieu de [OA]

a) Ecrire z_B sous la forme exponentielle.

b) Placer les points I et B puis montrer que le triangle OIB est isocèle.

EXERCICE N4 :

1) a) Vérifier que $(1-2i)^2=-3-4i$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-(3+4i)z+7i-1=0$

2) On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3-(3+5i)z^2+(10i-5)z+7+i=0$

a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

EXERCICE N5 : (BAC 2011)

1) Montrer que $ie^{i\frac{\pi}{6}}=\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2-2\left(e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z+(1-i)e^{i\frac{\pi}{6}}=0$

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectifs : $e^{i\frac{\pi}{3}}$; $e^{i\frac{\pi}{12}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}}+e^{i\frac{\pi}{12}}$

a) Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.

b) Placer les points A, B et C.

c) Calculer l'aire du losange OACB.

EXERCICE N6 :

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2iz - 2 = 0$

b) Mettre les solutions sous la forme trigonométrique.

2) Soit θ un réel de l'intervalle$]0,\pi[$. On considère l'équation (E) : $z^2 - 2e^{i\theta}z + e^{2i\theta} - 1 = 0$

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B et C d'affixes respectifs $z_A = 2e^{i\theta}$; $z_B = 1 + e^{i\theta}$ et $z_C = -1 + e^{i\theta}$

a) Ecrire z_B et z_C sous la forme exponentielle.

b) Montrer que le quadrilatère OBAC est un rectangle.

c) Déterminer le réel θ de $]0,\pi[$ tel que OBAC soit un carrée.

d) Soit le point I le centre du rectangle OBAC. Déterminer l'affixe du point D tel que OIBD soit un losange.

e) Déterminer le réel θ de $]0,\pi[$ tel que l'aire du losange OIBD soit égale à $\frac{1}{2}$

EXERCICE N7 :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (1+i)z + i = 0$

2) θ étant un réel de l'intervalle$]0,\frac{\pi}{2}[$. On considère l'équation (E) : $z^2 - 2e^{i\theta}\cos\theta\, z + e^{2i\theta} = 0$

a) Vérifier que 1 est une solution de (E).

b) En déduire l'autre solution de (E).

3) Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points A et B d'affixes respectifs 1 et $e^{2i\theta}$

a) Déterminer l'ensemble des points B quand θ varie dans $]0,\frac{\pi}{2}[$.

b) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB soit un losange.

c) Déterminer le réel θ pour que la mesure de l'aire du losange OACB soit égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE 8 :

A/ 1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 4\sqrt{2}.z + 16 = 0$. Ecrire les solutions de (E) sous la forme exponentielle.

2) En déduire les solutions dans$\mathbb{C}$ de l'équation : $z^4 - 4\sqrt{2}.z^2 + 16 = 0$ sous la forme exponentielle.

■ Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

3) On donne les points $A(2e^{i\frac{\pi}{8}})$, $B(-2e^{i\frac{\pi}{8}})$, $C(2e^{-i\frac{\pi}{8}})$ et $D(-2e^{-i\frac{\pi}{8}})$.

Montrer que le quadrilatère ACBD est un rectangle et que son aire $\mathcal{A}=4\sqrt{2}$

B/ On considère l'équation (E_θ) : $i.z^2 + (2\sin\theta).z - i = 0$; où $\theta \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$

1) Montrer que $z_1 = e^{i\theta}$ est une solution de (E_θ). En déduire l'autre solution z_2 de (E_θ).

2) On donne les points M_1 et M_2 d'affixes respectifs $e^{i\theta}$ et $(-e^{-i\theta})$

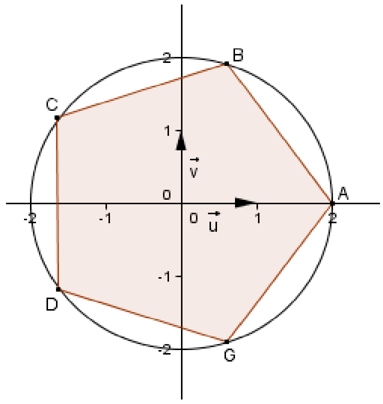
a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2}}) \equiv \pi - 2\theta[2\pi]$

b) Déterminer la valeur de θ dans $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ pour laquelle le triangle OM_1M_2 soit équilatéral.

EXERCICE 9 :

I/ Déterminer les racines carrées puis les racines quatrièmes du nombre complexe $z= -1+i\sqrt{3}$

II/ Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé direct $(O , \vec{u} , \vec{v})$. Dans la figure ci-contre ABCDE est un pentagone régulier inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 2 et A(2,0).



1) Donner les affixes des points B, C, D et E.

2) Déterminer dans chacun des cas ci-dessous l'ensemble des points M d'affixes z tels que :

a) $\arg(z) \equiv \frac{4\pi}{5} [2\pi]$

b) $\arg(\overline{z}) \equiv \frac{2\pi}{5} [2\pi]$

c) $\arg(-2z) \equiv \frac{3\pi}{5} [2\pi]$

EXERCICE N10 :

1) a) Calculer $(2 + i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 3(2 + i)z + 2(3 + 4i) = 0$

2) Soit l'équation (E') : $z^3 - 2(3 + 2i)z^2 + (3 + 14i)z + 8 - 6i = 0$

a) Montrer que l'équation (E') admet dans $\mathbb{C}$ une solution imaginaire pure.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E').

3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O , \vec{u} , \vec{v})$. On donne les points A, B, C et D d'affixes respectifs : $z_A = 2+i$, $z_B = 4+2i$, $z_C = 3-i$ et $z_D = 6+3i$

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

b) Montrer que A, B et D sont trois points alignés.

c) Déterminer l'ensemble $E=\{M(z) \in P \ ; \ |iz + 1 - 2i| = |\overline{z} - 3 - i|\}$

EXERCICE N11 : (BAC 2014)

1) Soit dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) :

$$2z^2 - \left(1 + i(\sqrt{3} - 2)\right) z + \sqrt{3} - i = 0$$

a) Vérifier que (-i) est une solution de l'équation (E).

b) Déduire l'autre solution.

c) Donner la forme exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on donne les points A, B, E et F d'affixes respectives $a=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; $b=\frac{1+\sqrt{3}}{2}(-1+i)$; 1 et $-i$.

a) Placer dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ les points E, F et A.

b) Vérifier que $b-a=i(a+i)$.

c) En déduire que le triangle ABF est rectangle et isocèle en A.

3) Construire le point B dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$,