Mathématiques	**Devoir de contole n°01**		
Lycée Ibn khaldoun ouesseltia			
Durée 2 heures	*lundi 02/11/2015*	*4 eme Sc1+2*	*Mr : Arfaoui khaled*

EXERCICE N°1 (5pts)

Soit U la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2+U_n} \end{cases}$

1/ a) Calculer U_1 et U_2

b)Montrer que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique

2/ a) Montrer que ; pour tout n de IN ; $U_n \geq 0$

b)Montrer que la suite U est décroissante

c) En deduire que u est convergente et calculer sa limite

3/ Soit V la suite définie par : $V_n = \dfrac{U_n}{1+U_n}$

a) Montrer que la suite V est une suite géométrique
b) Déterminer la limite de la suite V_n
c) Montrer que : $U_n = \dfrac{1}{2^{n+1}-1}$
d) Retrouver la limite de la suite U_n

EXERCICE N°2 (8pts)

1/ a) Calculer $(1-2i\sqrt{3})^2$

b)Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - z + 3 + i\sqrt{3} = 0$

c) Mettre les solutions sous forme exponentielles

2/ Dans le plan complexe rapporté à un orthonormé direct (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), on donne les points

A , B et M d'affixes respectives $i\sqrt{3}$; $1-i\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}\,e^{i\theta}$, $\theta \in \left]\dfrac{\Pi}{2};\dfrac{3\Pi}{2}\right[$

a) Montrer que $z_M - z_A = 2\sqrt{3}\ i\sin(\frac{\theta}{2}-\frac{\Pi}{4})\, e^{i(\frac{\theta}{2}+\frac{\Pi}{4})}$

et en déduire la distance AM en fonction de θ

b) Déterminer θ pour que le triangle OAM soit isocèle en A

3/ On désigne par B' le symétrique de B par rapport à l'axe des abscisses et par N le point

Tel que OB'NM soit un parallélogramme

a) Déterminer les affixes des points B ' et N

b) Déterminer l'ensemble des points N lorsque θ varie dans $\left]\frac{\Pi}{2};\frac{3\Pi}{2}\right[$

EXERCICE N°3(7pts)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4}+x & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{(2+\sqrt{x+4})\sin(\frac{x}{2})}{x} & \text{si } x \succ 0 \end{cases}$

1/ a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b) Montrer que pour tout $x \succ 0$, on a : $\dfrac{-1}{\sqrt{x+4}-2} \leq f(x) \leq \dfrac{1}{\sqrt{x+4}-2}$

c) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2/ a) Montrer que f es continue en 0

b) Etudier la continuité de f sur IR

3/ On suppose que la restriction de f sur]- ∞ , 0[est strictement croissante

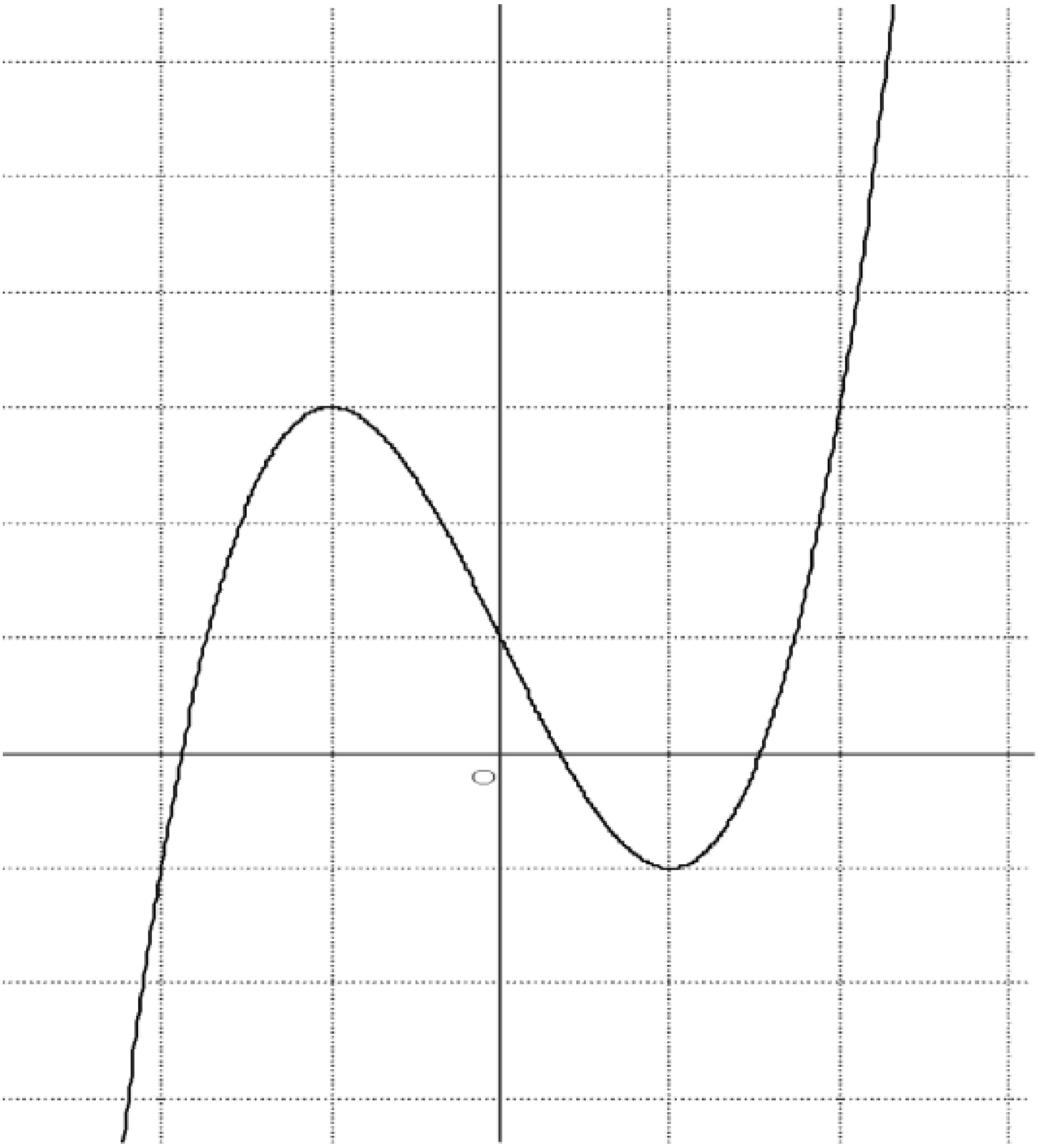
Montrer que l'équation f(x) = 1 admet une solution unique α dans [-2 , -1]

4/ la courbe ci contre est la représentation graphique d'une fonction h continue sur IR

a) Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{x \to +\infty} h\circ f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f\circ h(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0} h\circ f(x)$

b) Etudier la continuité de hof sur IR


O