

Exercice 1: (5)

1) Développer puis simplifier $(3 - \sqrt{5})^2$.

2) En déduire une écriture simple de l'expression

$$A = (14 - 6\sqrt{5})\sqrt{14 + 6\sqrt{5}} + (14 + 6\sqrt{5})\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}.$$

3) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $\sqrt{x^2 + 32} = 3\sqrt{5} - 1$

4) Factoriser l'expression $B = (x + \sqrt{5})^2 - 14 + 6\sqrt{5} + (x + 3)^2$.

Exercice 2: (4)

Soit $1 \leq x \leq 2$ et soit l'expression $A = \frac{-3x+5}{x+1} - 2x^2$

1) Montrer que $\frac{-3x+5}{x+1} = -3 + \frac{8}{x+1}$

2) Montrer que $-9 \leq A \leq -1$.

3) En déduire que $1 \leq \sqrt{A^2 - 2A} \leq 10$.

Exercice 3: (8)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) On considère les points $A(1, 5)$; $B(4, 2)$ et $C(-1, 3)$

a) Placer les points A , B et C

b) Montrer que ABC est un triangle rectangle en A

c) Déduire que (\vec{AB}, \vec{AC}) est une base

d) On pose $\vec{AB} = \vec{u}$ et $\vec{AC} = \vec{v}$.

Déterminer les composantes des vecteurs \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v})

2) Soit un point $M(x, y)$

a) Montrer que $M(x, y) \in (AB) \Leftrightarrow -x - y + 6 = 0$

b) Montrer que $OM = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$

c) Vérifier que $2x^2 - 12x + 36 = 2(x - 3)^2 + 18$

d) Déduire la valeur de x pour laquelle, la distance OM soit minimale

e) Déterminer alors l'aire du triangle OAB

Exercice 4: (3)

Dans la figure ci-dessous $ABCD$ est un carré; ABI et BCJ sont deux triangles

équilatéraux tel que $AB = 1$. Utiliser le repère orthonormé (A, \vec{AB}, \vec{AD})

1) Déterminer les coordonnées des points A ; B ; D ; I ; J

2) Montrer alors que les points D , I et J sont alignés

