complexes

saidani moëz

EXERCICE N 1

déterminer dans chacun des casles nombres complexes z sous forme algebrique.

1. $\dfrac{z-i}{z+i}=2i$
2. $\dfrac{z+i}{2z}=1-i$
3. $\dfrac{2z+i}{iz}=\dfrac{2iz}{1-z}$

EXERCICE N 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\overrightarrow{U},\overrightarrow{V}\right)$.Soit $z\neq i$ et M le point d'affixe z .■

On considère le nombre complexe $\quad Z=\dfrac{z-i}{z+i}$

1. Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que Z soit réel.■
2. Déterminer et construire l'ensemble des points M tels que Z soit imaginaire. ■

EXERCICE N3

.

1. (a) Mettre sous forme cartésienne le nombre complexe $(4-2i)^2$.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2+(2-4i)z-6=0$
2. Pour un nombre complexe z, on pose : $f(z)=z^3+(2-2i)z^2+(2+4i)z-12i$
   (a) Montrer que l'équation $f(z)$ admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.
   (b) Déterminer les nombres complexes b et c tels que ; $f(z)=(z+2i)(z^2+bz+c)$
   (c) Résoudre alors l'équation $f(z)=0$
3. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{U},\overrightarrow{V})$. On donne les points A,B et C d'affixes respectives $-2i$; $1+i$ et $-3+3i$ Soit D le symétrique de C par rapport à O
   (a) Justifier que $z_D=3-3i$
   (b) Placer les points $A;B;C$ et D.
   (c) Calculer AB, AD et BD. En déduire la nature du triangle ABD.
   (d) Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que$|\overline{z}+3+3i|=|z+2i|$

EXERCICE N 4

1. Calculer $(2+i)^2$
2. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombre complexes l'équation (E) : $z^2-(4+i)z+3+i=0$

3. Soit $P(z) = z^3 - (4+3i)z^2 + (1+9i)z + 2 - 6i$

   (a) Vérifier que $2i$ est une solution de P

   (b) Vérifier que $P(z) = (z-2i)(z^2 - (4+i)z + 3 + i)$

   (c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

4. Dans Le plan complexe muni d'un repère orthonormé $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$; $z_B = 1$ et $z_C = 3 + i$

   (a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

   (b) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABDC$ est un carré.

5. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ du plan tel que :$|z - 2i| = |\overline{z} - 3 + i|$.

6. Pour tout point M du plan d'affixe $z \neq 1$ on associe le point M' d'affixe z' tel que :$z' = \dfrac{z - 2i}{z - 1}$

   (a) Montrer que $OM' = \dfrac{AM}{BM}$

   (b) En déduire que lorsque M décrit la médiatrice de $[AM]$; le point M' décrit un cercle que l'on déterminera.■

EXERCICE N 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{U}, \overrightarrow{V}\right)$

1. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation: $z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = 0$

   (a) Montrer que l'équation (E) admet une racine réelle que l'on déterminera.

   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

2. (a) Représenter les points A, B et C d'affixes respectives $1, 2 + 2i$ et $1 - i$.

   (b) Déterminer le module $\dfrac{2+2i}{1-i.}$ En déduire la nature du triangle OBC.