

le sujet comporte 3 pages.



Exercice 1:(2pt)

Répondre par **vrai** ou **faux** aux assertions suivantes :

1. Pour tout $n \in \mathbb{Z}$; les entiers relatifs $a = 2n + 3$ et $b = 3n + 4$ sont premiers entre eux .
2. Soient A et B deux évènements indépendants d'une même univers Ω tels que : $P(A) = 0,3$ et $P(A \cup B) = 0,65$. La probabilité de l'évènement B est : $P(B) = 0,5$.
3. On note X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $0,1$. La probabilité de l'évènement $[1 \leq X \leq 3]$ est égale à : $e^{-0,1 \times 3} - e^{-0,1 \times 1}$.
4. Soit $f(x) = \frac{1}{e^x - x}$,alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

Exercice 2:(6pt)

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années. Le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 2008. La consommation est exprimée en milliers de DT .

| Année | 2008 | 2010 | 2011 | 2012 | 2014 |
|-------------------------------------|------|------|------|------|-------|
| Rang de l'année x_i | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 |
| Consommation en milliers DT y_i | 28,5 | 35 | 52 | 70,5 | 100,5 |

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan (on prendra $1cm$ comme unité en abscisses et $1cm$ pour $10000 DT$ en ordonnées).
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.
3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite D d'équation $y = 12,5x + b$ qui passe par le point G .
 - (a) Déterminer la valeur de b .
 - (b) Tracer la droite D dans le repère précédent.
4. Déterminer, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2015.

5. En réalité, un relevé récent a permis de constater qu'en 2015 la consommation réelle des ménages de cette ville était de $y_8 = 140000$ DT. Déterminer, en pourcentage, l'erreur commise par l'estimation précédente par rapport à la valeur exacte (**on donnera un résultat à l'aide d'un nombre entier en effectuant un arrondi**).

6. Un nouvel ajustement de type exponentiel semble alors plus adapté.

(a) Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln y$. **Les résultats seront arrondis au centième.**

| | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|
| x_i | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 |
| $z_i = \ln y_i$ | 3,35 | | | | | 4,94 |

(b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice ; cette équation est de la forme $z = cx + d$; on donnera les **arrondis** des coefficients c et d à 10^{-2} .

(c) En déduire que $y = 20,49 \cdot e^{0,23x}$.

(d) Estimer alors, à l'aide de ce nouvel ajustement, la consommation des ménages de cette ville en 2017 en DT.

Exercice 3:(6pt)

On donnera les résultats sous forme de fraction et sous forme décimale approchée à 10^{-3} près.

Un enfant joue avec 20 billes : 13 rouges et 7 vertes. Il met 10 rouges et 3 vertes dans une boîte cubique et 3 rouges et 4 vertes dans une boîte cylindrique.

1. Un jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boîte choisie. On considère les événements suivants :

C_1 : "L'enfant choisit la boîte cubique",

C_2 : "L'enfant choisit la boîte cylindrique",

R : "L'enfant prend une bille rouge",

V : "L'enfant prend une bille verte".

(a) Représenter par un arbre de probabilité. la situation correspondant à ce jeu.

(b) Montrer que $P(R) = \frac{109}{182}$.

2. Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, quelle est la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique?

3. L'enfant reproduit 3 fois de suite son jeu, en remettant à chaque fois la bille tirée à sa place. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.

(a) Déterminer la loi de probabilité de X .

(b) Calculer l'espérance mathématique de X .

4. Calculer la probabilité pour que l'enfant ait pris au moins une bille rouge .

Exercice 4:(6pt)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2e^x - x - 2$. On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
(b) Montrer que la droite Δ d'équation $y = -x - 2$ est asymptote à la courbe \mathcal{C}_f .
(c) Etudier les positions relatives de Δ par rapport à \mathcal{C}_f .
2. Dresser le tableau de variation de f .
 - (a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles .
 - (b) Vérifier que 0 est l'une de ces solutions, l'autre solution est appelée α . Justifier que : $-1,6 < \alpha < -1,5$.
 - (c) Tracer la courbe \mathcal{C}_f dans $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique : 2cm).
 - (a) Soit le réel $\lambda \in]-\infty; \alpha[$. Calculer en fonction de λ , l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ de la région du plan limitée par la courbe \mathcal{C}_f et les droites Δ , $x = \lambda$ et $x = \alpha$.
 - (b) Montrer que $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} \mathcal{A}(\lambda) = \alpha + 2$.



Bon Travail