

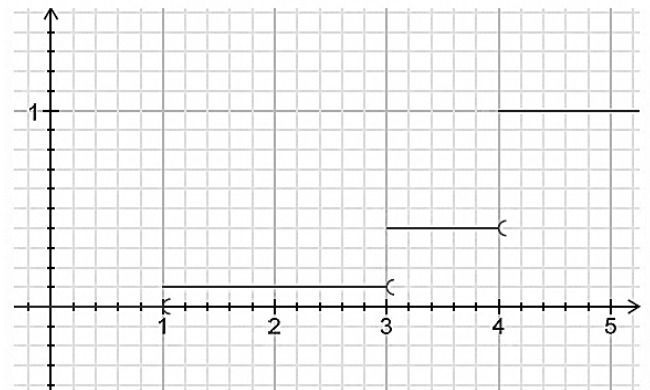
N.B : La qualité de la rédaction, la numérotation des pages et le respect de l'ordre des questions, constituent un élément déterminant dans l'appréciation de la copie

Exercice n°1 : (3points)

A. Pour chacune des question suivantes, une seule réponse est juste. noter sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la bonne réponse

1.) La courbe ci-contre est celle de la fonction de répartition d'une variable aléatoire X alors:

- a) $p(X=4) = \frac{1}{10}$
 b) $p(X=4) = \frac{3}{10}$
 c) $p(X=4) = \frac{2}{5}$



2.) Soit X une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres n et 0,75 ($n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$)
 Alors $p(X > 1) =$

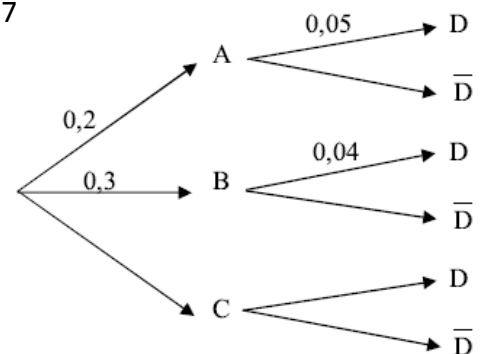
- a) $1 - (0,75)^n$ b) $(0,75)^n$ c) $1 - (0,25)^n$

3.) La durée de vie d'un appareil électronique, exprimée en année, jusqu'à ce que survienne la première panne, est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.
 La valeur de t pour laquelle on a : $P(X \leq t) = P(X > t)$ est :

- a) $t = \frac{\ln(2)}{\lambda}$ b) $t = \frac{\lambda}{\ln(2)}$ c) $t = \frac{\lambda}{2}$

B.4.) On donne l'arbre de probabilités suivant tel que $p(D) = 0,27$

- i.) Calculer $p(D \cap A)$, $p(D \cap B)$ puis déduire $p(D \cap C)$
 ii.) Déterminer $p(C/D)$.



Exercice n°2 : (3points)

Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes.

Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milles de dinars, noté y en fonction de la production x en tonnes. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

x	1	2	4	6	8	10
y	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1) On a représenté ci-contre le nuage de points de la série (X, Y) .

Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre X et Y .

2)a. Calculer la moyenne \bar{X} et l'écart type σ_X de la variable X .

b. Calculer la moyenne \bar{Y} et l'écart type σ_Y de la variable Y .

3) On pose $z = e^{0,1y}$

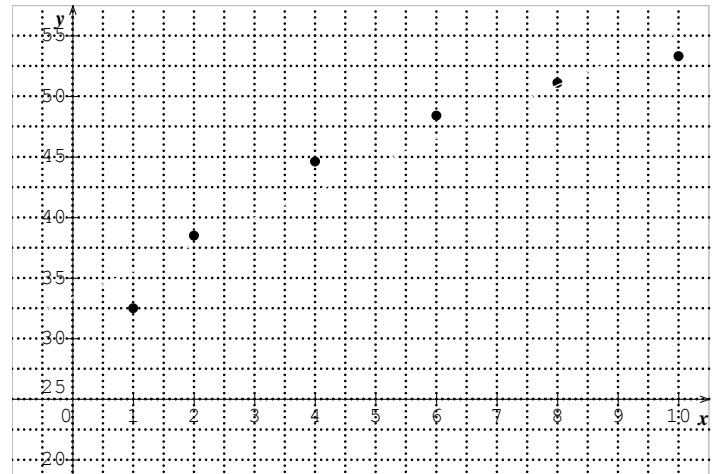
a. Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié sur votre copie:

x	1	2	4	6	8	10
z	25.79	46.99				

b. Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X .

c. Expliquer pourquoi cet ajustement semble justifié.

d. Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.



Exercice n°3 : (4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) On considère la courbe (E) d'équation $x^2 + 4y^2 = 1$.

a. Vérifier que (E) est une ellipse dont on déterminera le centre, les sommets, les foyers, les directrices et l'excentricité.

b. Tracer (E) .

2) Soient les droites (D) et (D') d'équations respectives $x = 1$ et $x = -1$ et le point $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$.

a. Vérifier que pour tout θ de $]0, \pi[$, le point M_0 de coordonnées $(\cos \theta, \frac{1}{2} \sin \theta)$ est un point de (E) et qu'une équation de la tangente (T) à la courbe (E) en M_0 est : $x \cos \theta + 2y \sin \theta - 1 = 0$.

b. La tangente (T) coupe les droites (D) et (D') respectivement en K et K' . Calculer \vec{FK} . \vec{FK}' .

En déduire que le triangle KFK' est rectangle.

Exercice n°4 : (4points)

1) Soit dans \mathbb{Z}^2 l'équation (E) : $91x + 10y = 1$

- Justifier l'existence d'une solution de (E).
- Déterminer une solution particulière de (E).
- Résoudre alors l'équation (E') : $91x + 10y = 412$

2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A_n = 3^{2n} - 1$ est divisible par 8.

3) Soit l'équation (E'') : $A_3x + A_2y = 3296$

- Résoudre dans \mathbb{Z}^2 , l'équation (E'').
- Montrer que (E'') admet une unique solution d'entiers naturels que l'on précisera.

Exercice n°5 : (6points)

Soit f la fonction définie sur $] -\infty, 0]$ par $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^{2x})$

1) soit $g(t) = \frac{2t}{1+t} - \ln(1 + t)$ définie sur $[0,1]$

Dresser le tableau de variation de g. En déduire que $g(t) > 0 \forall t \in]0,1[$

2) a. Montrer que f est dérivable sur $] -\infty, 0]$ et que $\forall x \in] -\infty, 0]$ $f'(x) = e^{-x}g(e^{2x})$

b. Dresser alors le tableau de variation de f puis construire C_f

3) a. Montrer que la fonction u définie sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ par $u(x) = \tan(x)$ est une bijection.

b. calculer $u^{-1}(0)$; $u^{-1}(1)$ et $u^{-1}(\sqrt{3})$

c. Montrer que u^{-1} est dérivable sur \mathbb{R} et que $\forall x \in \mathbb{R}$, $(u^{-1})'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

d. Soit $H(x) = \int_0^{-\ln x} \frac{e^t}{1+e^{2t}} dt$, $x \in]0, +\infty[$.

i.) Montrer que H est dérivable sur $]0, +\infty[$ et calculer $H'(x)$.

ii) En déduire que $H(x) = -u^{-1}(x) + \frac{\pi}{4}$ pour tout $x > 0$

4) a. Montrer que pour tout $x \in] -\infty, 0]$ $f'(x) = -f(x) + \frac{2e^x}{1+e^{2x}}$

b. Calculer l'aire du domaine du plan limité par C_f et les droites d'équations respectives

$$x = -\ln\sqrt{3} , x = 0 \text{ et } y = 0$$

Vers la victoire finale