

Lycée Cité Nozha Zaghuan	Devoir De Contrôle N° 3	Professeur: Mr KHEMIRI Fawzi
Année Scolaire: 2014/2015	Durée: 2 heures	Classe: 4 Sciences Expérimentales

Exercice 1 (4,5 pts)

A) Q.C.M(sans justification)

Choisir la seule réponse exacte

- Soit Ω un univers. p une probabilité définie sur $\mathcal{P}(\Omega)$ et E et F deux événements tels que $p(F) = 1/5$ et $p(E/F) = 3/8$ alors $p(\bar{E} \cap F) =$
 - 3/40.
 - 5/8.
 - 1/8.
- Si A et B sont deux événements indépendants tels que $p(A/B) = 0,5$ et $p(A \cup B) = 0,8$ alors $p(B) =$
 - 0,2.
 - 0,6.
 - 0,4.
- On lance **4 fois** de suite un dé parfait à six faces numérotées de 1 à 6. La probabilité qu'au moins un lancer donne un multiple de 3 est:
 - 65/81.
 - 80/81.
 - 16/81.

B) Vrai ou Faux (sans justification)

- La fonction $F : x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ est une primitive sur $]0, +\infty[$ de $f : x \mapsto \frac{1 - \ln x}{x^2}$.
- $\int_{-2015}^{2015} \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) dx = 0$.
- Soit $g(x) = \ln x$. La valeur moyenne de g sur l'intervalle $[e, e^2]$ est $\frac{e}{e-1}$.

Exercice 2 (3,5 pts)

La durée de vie d'une machine (exprimée en années) suit une loi exponentielle de paramètre 0,2.

- Calculer la probabilité qu'une machine ait une durée de vie comprise entre 2 et 4 ans.
- Calculer la probabilité pour que la durée de vie d'une machine dépasse 2 ans.
- On considère un lot de 4 machines fonctionnant de manière indépendante.
Déterminer la probabilité que la durée de vie d'au moins une machine parmi les 4 dépasse 2 ans
(On donnera une valeur approchée de cette probabilité à 10^{-2} près).

Exercice 3 (5 pts)

Une urne contient neuf jetons numérotée de 1 à 9. Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément trois jetons de l'urne.

- On considère les évènements suivants:
 - "Obtenir trois jetons de même parité".
 - "Au moins un des trois jetons tirés porte un numéro pair".

a- Calculer la probabilité de l'évènement A.

b- Montrer que la probabilité de l'évènement B est égale à $\frac{37}{42}$.

2) On désigne par X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de jetons tirés portant un numéro pair.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Calculer l'espérance mathématique de X.

3) On répète l'épreuve précédente cinq fois de suite en remettant les trois jetons dans l'urne après chaque tirage. Calculer la probabilité de l'évènement suivant C: " B est réalisé au moins une fois ".

Exercice 4 (7 pts)

On définit sur $[0, +\infty[$ la fonction $f : x \mapsto f(x) = x.e^x - 1$.

1) a) Montrer que f est une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[-1, +\infty[$.

b) En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α .

c) Dresser le tableau de signe de f sur $[0, +\infty[$.

2) Soient les courbes C de la fonction "ln" et C' de la fonction "exponentielle".

Les courbes C et C' sont représentées sur la **feuille annexe**.

On désigne par M un point de C et N le point de C' de même abscisse que M notée x.

On pose $d(x) = MN = e^x - \ln x$.

Montrer que la distance MN est minimale pour $x = \alpha$.

3) a) Montrer que $\ln \alpha = -\alpha$.

b) Placer alors M et N pour $x = \alpha$ et vérifier que dans ce cas $MN = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}$.

4) Calculer en fonction de α , l'aire \mathcal{A} du domaine plan limité par les courbes C et C' d'une part et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 1$ de l'autre part.

Feuille Annexe (à rendre)

Nom et Prénom:.....

Réponses de l'Exercice 1

A) Q.C.M

Enoncé 1

Enoncé 2

Enoncé 3

B) Vrai ou Faux

Enoncé 1

Enoncé 2

Enoncé 3

