Lycée R.T. # DEVOIR DE CONTROLE 2 T.JAMEL

06/02/2015 4SC1&2

Exercice1

Répondre par vrai ou faux :

1. Si A, B et C sont trois points non alignés de l 'espace alors : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$.
2. Une primitive de $f(x) = \sin x \cos x$ sur $\mathbb{R}$ est $F(x) = \dfrac{1}{2}\sin^2 x$
3. $A(1,3); B(0,2)$ si la droite (AB) est une asymptote à la courbe d'une fonction f au voisinage de $-\infty$ alors : $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{f(x)}{x}\right) = 1$
4. Si $\int_a^b f(x)dx = 0$ alors $f(x) = 0$ sur $[a, b]$.

Exercice2

L'espace est rapporté à un repère orthonormé directe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.On donne les points $A(1, 0, -1), B(-2, -2, 1)$, $C(3, 2, -2)$ et $D(2, 0, 4)$

1. (a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AB}$.
   (b) En déduire que les points A, B et C déterminent un plan.
   (c) Calculer l'aire $\tilde{A}$ du triangle CBA, déduire la distance du point B à la droite (AC).
2. (a) Montrer que les points D, C, B et A ne sont pas coplanaires .
   (b) Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.
3. Soit le point $E(x + 1, 6, 2 - x)$ où $x \in \mathbb{R}$
   (a) Montre que la droite (DE) est parallèle au plan (ABC).
   (b) Déterminer x pour que la droite (DE) soit parallèle à la droite (AB).

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$par $f(x)=\dfrac{2x^3+27}{2x^2}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

1. Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur son ensemble de définition.
2. Montrer que la $(O,\overrightarrow{j})$ est une asymptote à la courbe de f.
3. Calculer $f'(x)$ et compléter le tableau de variations suivant :
4. Montrer que la droite Δ d'équation :$y=x$ est une asymptote à C_f au voisinage de $\pm\infty$ et etudier la position de C_f par rapport à Δ.
5. Tracer la courbe C_f.
6. Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f , la droite Δ et les droites d'équations $x=3$ et $x=4$.

Exercice 4

Soit la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n=\int_0^1 \dfrac{x^n}{\sqrt{1+x^2}}dx$.

1. Calculer U_1.
2. Montrer que $0\leq U_n\leq \dfrac{1}{n+1}$ pour tout $n\in\mathbb{N}^*$.
3. Déduire $\lim U_n$.