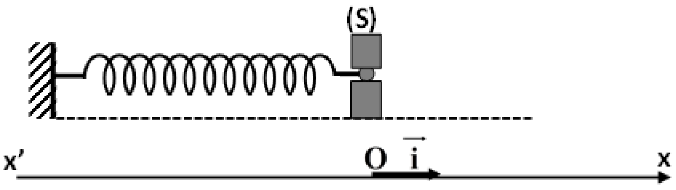
Série n° 14

Oscillations mécaniques forcées – Classification des acides et des bases

Exercice n° 1 :

Un pendule élastique horizontal est formé par un solide (**S**), de masse **m = 0,1 kg**, lié à un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur **k = 25,6 N.m**$^{-1}$. Le pendule est soumis à une force excitatrice $\vec{F}$ horizontale et de valeur algébrique **F = 3 sin(ωt)**, et à une force de frottement $\vec{f} = -h\vec{V}$, avec **h = 1,4 kg.s**$^{-1}$. La réponse est de la forme : $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$.



1) Pour une pulsation **ω = 20 rad.s**$^{-1}$, le solide (**S**) effectue un mouvement sinusoïdal d'amplitude X_m.

a) Établir l'équation différentielle de l'oscillateur en fonction de l'élongation **x**.

b) Calculer la pulsation propre de l'oscillateur.

c) Construire le diagramme de Fresnel associé à ce pendule.

d) En déduire la valeur de X_m et établir l'équation horaire du mouvement de (**S**).

2) Pour une pulsation ω_1 de l'excitateur, X_m prend sa valeur maximale X_1.

a) Préciser l'état d'oscillation du pendule élastique.

b) Calculer ω_1 et X_1.

3) On fixe **ω = 16 rad.s**$^{-1}$.

a) Monter que le pendule élastique est en état de résonance de vitesse.

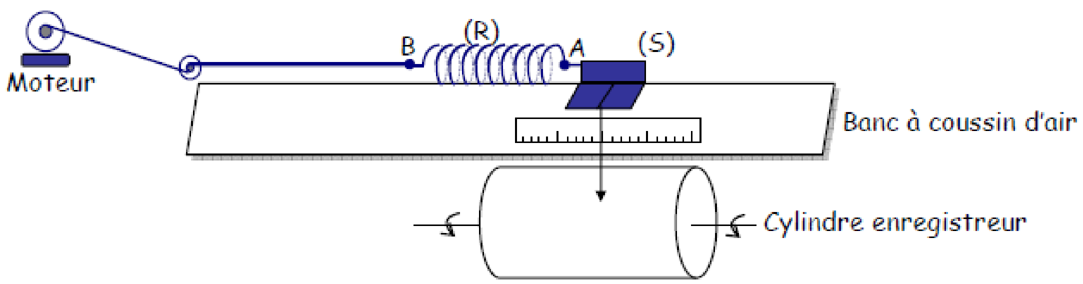
b) Établir l'expression de la vitesse instantanée de (**S**).

c) Représenter sur un même graphique les fonctions **F(t)** et **f(t)**.

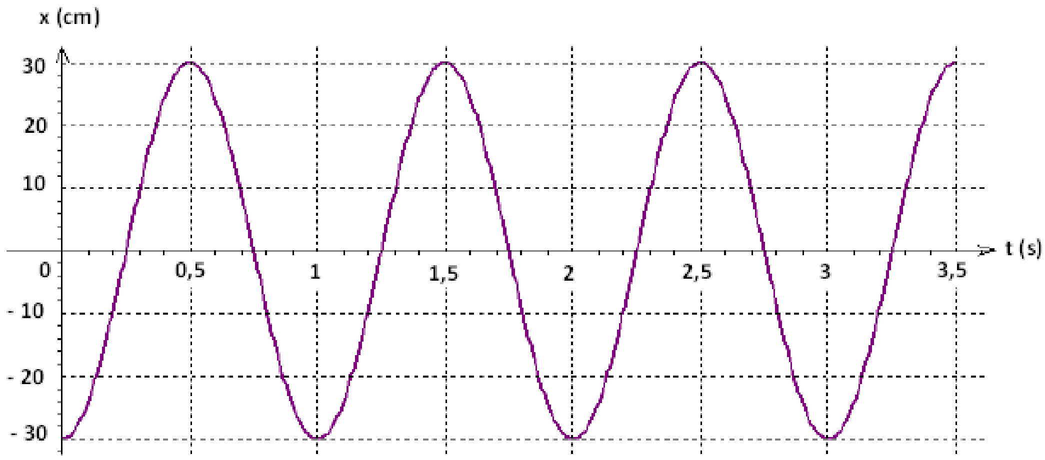
d) Montrer que l'énergie mécanique du système est constante. Calculer sa valeur.

Exercice n° 2 :

On utilise le dispositif schématisé ci-après. Il est constitué d'un pendule élastique horizontal : un solide (**S**) de masse **m = 100 g** et un ressort (**R**) de constante de raideur **k = 6,5 N.m**$^{-1}$, d'un moteur et d'un dispositif d'entraînement du pendule par le moteur.

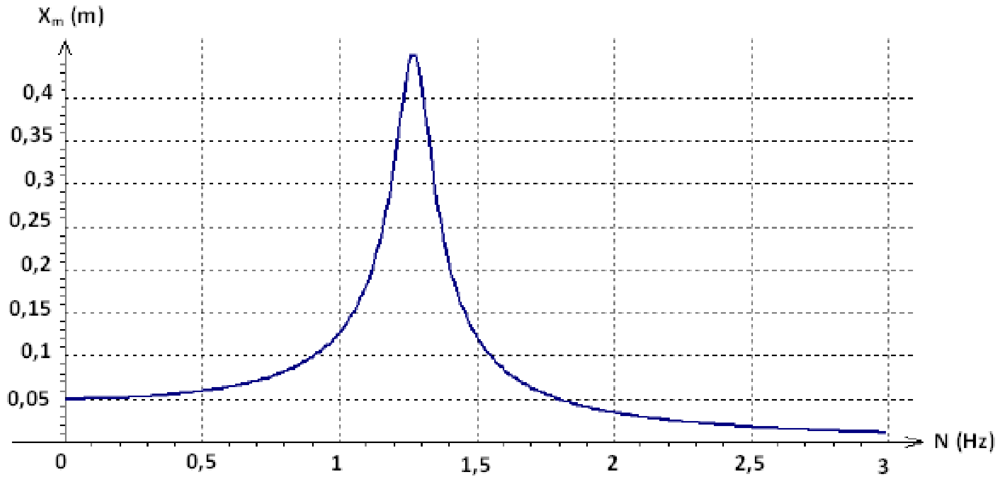


1) En faisant tourner le moteur à la fréquence N_e = **1 tr.s**$^{-1}$ (= **1 Hz**), le solide (**S**) se met à osciller sur le banc de part et d'autre de sa position d'équilibre. Une fois le régime permanant est établi on réalise l'enregistrement ci-après.



a) Donner l'expression de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur en fonction de **k** et **m**. La calculer.
b) Déterminer graphiquement la fréquence N_1 des oscillations du pendule, la comparer à N_0 puis à N_e. En déduire si les oscillations sont libres ou forcées ?
c) Exprimer numériquement l'élongation **x** en fonction du temps.

2) On fait varier la fréquence N_e de rotation du moteur et on mesure à chaque fois l'amplitude X_m des oscillations du pendule; les résultats permettent de tracer la courbe $X_m = f(N_e)$.
a) Relever la valeur N_r de Ne pour laquelle X_m est maximale et la comparer à N_0.
b) Qu'appelle-t-on un tel phénomène ?



3) On choisit comme repère galiléen, le repère $(O, \vec{i})$ lié au laboratoire : $\vec{i}$ étant le vecteur unitaire de l'axe et **O** la position d'équilibre du centre d'inertie **G** de (**S**).
a) Par application de la loi fondamentale de la dynamique, établir que les oscillations du pendule sont régies par l'équation différentielle suivante : $m\dfrac{d^2x}{dt^2} + h\dfrac{dx}{dt} + kx = F$, avec $F = kx_B = kX_B \sin(2\pi N_e\, t)$.
b) Une telle équation admet comme solution particulière : $x = X_m \sin(2\pi N_e\, t + \varphi)$.
i. Faire la construction de Fresnel pour le cas $N_e = N_1$.
ii. En déduire les expressions de X_m et $\mathrm{tg}\,\varphi$.
iii. Calculer X_B.
c) On donne l'expression de la fréquence de résonance : $N_r = \sqrt{N_0^2 - \dfrac{h^2}{8\pi m^2}}$. Déduire **h**.

4) Analogie mécanique-électrique.

a) Donner le schéma du circuit électrique équivalent au dispositif mécanique utilisé.

b) En utilisant l'analogie mécanique-électrique, établir l'expression de l'intensité maximale I_m du courant.

Exercice n° 3 :

À **25 °C**, on considère un acide **AH** dont la base conjuguée est A^-.

1) Sachant que K_a est la constante d'acidité du couple AH/A^-, et K_b est la constante de basicité du même couple, montrer que $pK_a + pK_b = pK_e = 14$ à **25 °C**.

2) **a)** Écrire l'équation de la réaction de l'acide **AH** avec une base A_1^- dont l'acide conjugué est A_1H.

b) Cette réaction acide-base a une constante d'équilibre $K = 10^9$ dans le cas où **AH** est l'acide éthanoïque ($CH_3\text{-}COOH$) et A_1^- est l'ammoniac (NH_3).

i. Réécrire dans ce cas l'équation de cette réaction.

ii. Trouver la relation entre K, K_a, K_b et K_e, où K_a est la constante d'acidité de l'acide éthanoïque et K_b est la constante de basicité de l'ammoniac.

iii. En déduire la valeur de K_b. On donne : $pK_a\ (CH_3COOH/CH_3COO^-) = 4{,}75$.

3) On dissout **0,3 g** d'acide éthanoïque dans l'eau pour obtenir **50 cm³** d'une solution (S_1) ayant un $pH_1 = 2{,}9$.

a) Écrire l'équation de cette dissolution.

b) Calculer la concentration molaire C_1 de la solution obtenue.

c) L'acide éthanoïque est-il un acide fort ou faible ? Justifier la réponse.

d) Calculer le taux d'avancement τ_1 de la réaction de cet acide avec l'eau.

4) Une solution (S_2) est obtenue par dilution de la solution (S_1). Son $pH_2 = 3{,}4$ et sa concentration molaire est $C_2 = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$.

Calculer le nouveau taux d'avancement τ_2 de l'ionisation de cet acide dans l'eau.

5) Comparer τ_1 et τ_2. Ces résultats sont-ils en accord avec la loi de modération relative aux équilibres chimiques ? Justifier.

6) Le couple de l'acide monochloroéthanoïque ($CH_2Cl\text{-}COOH/CH_2Cl\text{-}COO^-$) est caractérisé par la constante d'acidité $K_a = 1{,}1.10^{-3}$ à **25 °C**.

Comparer, en le justifiant, la force des deux acides éthanoïque et monochloroéthanoïque.

On donne : $M(H) = 1\ g.mol^{-1}$; $M(C) = 12\ g.mol^{-1}$ et $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$.