

## BAC BLANC

Date : 10mai

Prof : Braiek khalifa

4SC

Displine: mathématiques

Durée : 3h

Exercice n° : 1 ( 4 points)**QCM Répondre par vrai ou faux. Aucune justification n'est demandée**

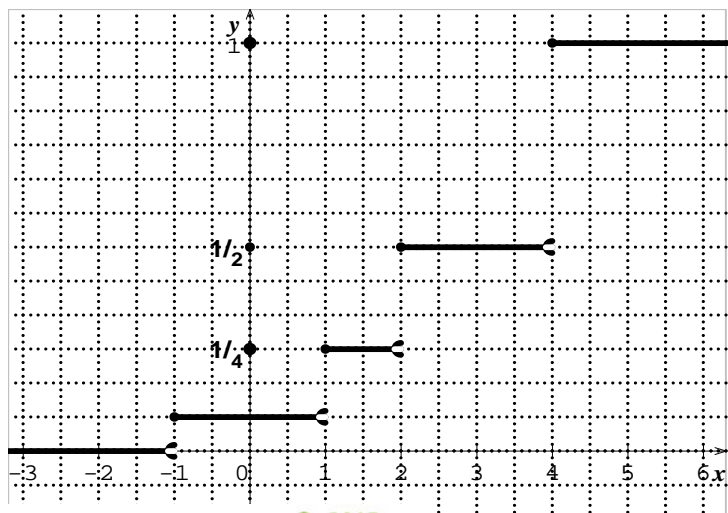
I/ Toutes les vingt minutes un bus se présente à un arrêt précis. Un usager arrivé au hasard à cet arrêt. On suppose que le temps d'attente  $X$  de l'usage avant de prendre le bus est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle  $[0,10]$ .

- 1) la densité de la loi  $X$  est  $f$  définie sur  $[0,10]$  par  $f(x) = \frac{1}{10}$ .
- 2) pour tout  $t$  de l'intervalle  $[0,10]$  on a :  $p(X \leq t) = t$
- 3) la probabilité que l'usage attende moins de 5 minutes est  $p(X \leq 5) = 0,5$ .

II/ La durée de vie, exprimée en heures d'un agenda électronique est une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi exponentielle de paramètre  $0,002$ .

- 1) la densité de la loi  $X$  est la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par  $f(x) = 0,002 e^{-0,002x}$ .
- 2)  $p(10 \leq X \leq 100) \approx 0,16$ .
- 3)  $p(X \geq 1000) \approx 0,8$ .
- 4)  $p((X \geq 2000)/(X \geq 1000)) \approx 0,37$

III/ La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction de répartition  $F$  d'un aléa numérique  $X$ .



- a) Calculer  $p(X \leq 4)$  et  $p(X > 2)$
- b) Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- c) Calculer  $E(X)$

### Exercice n° : 2 (3points)

1) Résoudre l'équation différentielle (E) :  $4y'' + 9y = 0$ .

2) On désigne par  $f$  la solution particulière de l'équation différentielle (E) dont la représentation graphique admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A  $\left(\frac{f}{6}; 2\right)$

a) Déterminer une expression de  $f(x)$

b) Montrer que, pour tout nombre réel  $x$  ;  $f(x) = 2\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{f}{4}\right)$

### Exercice n° : 3 (5pts) (aimer les maths !)

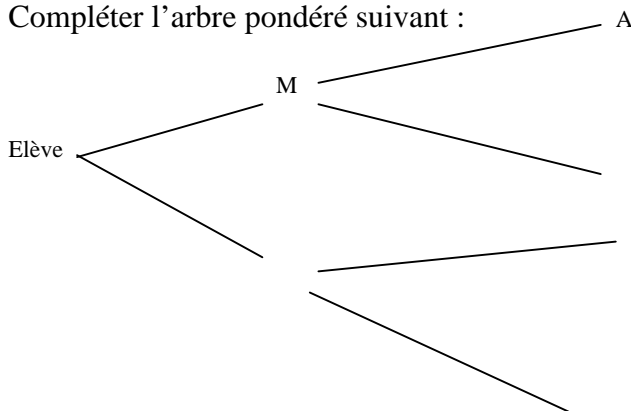
Dans un grand lycée , un groupe de 60 % des élèves aiment les mathématiques , parmi lesquels 80% aiment le professeur de cette matière . En dehors de ce groupe , il y a 55% d'élèves qui aiment le professeur des mathématiques .

On choisit un élève au hasard .

On note **M** : << l'élève aime les mathématiques >> .

**A** : << l'élève aime le professeur des mathématiques >> .

1) Compléter l'arbre pondéré suivant :



2) a) Calculer  $p(M)$

b) L'élève choisit aime les mathématiques , quelle est la probabilité qu'il aime le professeur des mathématiques .

3) a) quelle est la probabilité que l'élève aime les mathématiques et le professeur .

b) calculer  $p(A)$ .

4) quelle est la probabilité que l'élève aime les mathématiques sachant qu'il n'aime pas le professeur des mathématiques .

5) on considère un échantillon de 10 élèves pris au hasard de la population de ce lycée ( la population est suffisamment grande pour que les choix puissent être assimilés à des choix successifs indépendants )

Soit  $X$  l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre d'élève qui aiment les maths .

a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$  et calculer son espérance mathématiques .

b) Déterminer la probabilité d'avoir au moins un élève aimer les mathématiques

Exercice n° 4 : (4 points)

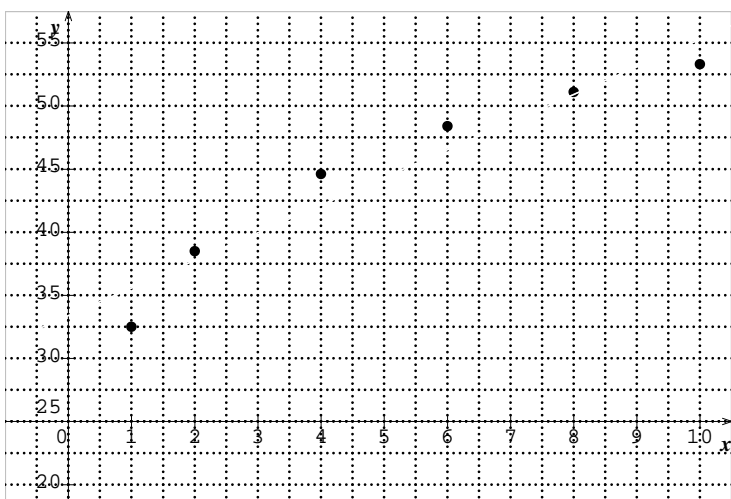
Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes.

Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milles de dinars, noté  $y$  en fonction de la production  $x$  en tonnes. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

x	1	2	4	6	8	10
y	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1°) On a représenté ci contre le nuage de points de la série (X, Y).

Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre X et Y



2°) a) Calculer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart type  $\sigma_X$  de la variable X.

b) Calculer la moyenne  $\bar{Y}$  et l'écart type  $\sigma_Y$  de la variable Y.

3°) On pose  $z = e^{0.1y}$

a) Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié sur votre copie:

x	1	2	4	6	8	10
z	25.79	46.99				

b) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X.

c) Expliquer pourquoi cet ajustement semble justifié.

Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.

Exercice n° 5 (4Points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  la courbe ci-dessous représente la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (ax + b)e^{cx}$  où  $a, b$  et  $c$  sont trois réels que l'on se propose de déterminer

On sait que la courbe contient les points des coordonnées  $(1,0)$  et  $(0; \frac{1}{3})$  et admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse  $\frac{2}{3}$

1) Par lecture graphique.

a) Dresser le tableau de variation de  $f$

b) Donner  $f(0), f(1)$  et  $f(\frac{2}{3})$

2) Exprimer  $f(x)$  en fonction de  $a, b$  et  $c$

3) En déduire que  $f(x) = \frac{1}{3}(1-x)e^{3x}$

4) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[\frac{2}{3}; +[$

a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[\frac{2}{3}; +[$  sur un intervalle  $J$  à préciser

b) Tracer  $g^{-1}$  dans le même repère

5) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par  $\Gamma$  et les droites d'équation  $x = \frac{2}{3}; x = 1$  et  $y = 0$

