Lycée :Otman chatti M'saken	DEVOIR DE CONTROLE N°3 Mathematiques (4 Sc)	Année Scolaire : 2010-2011

EXERCICE N°1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points : A (3, 1 , 0) ; B (1, 2 , 0) ; C (3, 2 , 1) et D (5 , m , m) ou m est un réel

1) a) Calculer les composantes de vecteur $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
   b) En déduire l aire du triangle ABC
   c) Calculer le volume de tétraèdre OABC , en déduire la distance du point O au plan (ABC)
2. Soit S_m l ensemble des points M(x,y,z) tels que :

   $$x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 2my - 2mz + 2m^2 + 9 = 0$$

   a)Montrer que pour tout valeur de m , S_m est une sphère d ont on précisera le centre et le rayon

   b) Vérifier que : $\vec{N} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

   c) En déduire que pour tout valeur de m l'intersection de S_m et le plan (ABC) est un cercle que l'on précisera

EXERCICE N°2

On considère la fonction f définie par : $f(x) = (1 - \ln x)^2$

1. a) Dresser le tableau de variation de f

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter le résultat graphiquement

   c) Tracer la courbe (C) de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
2. Pour tout entier naturel non nul n on pose $I_n = \int_1^e (1 - \ln x)^n \, dx$
   a) Montrer que $I_1 = e - 2$
   b) A l\`aide d\`une intégration par parties montrer que pour tout entier naturel n

   non nul : $I_{n+1} = -1 + (n+1) I_n$
   c) En déduire : I_2 ,I_3 et I_4
3. On désigne par A et B les points de (C) d\` abscisses respectives 1 et e et soit V le volume de solide de révolution engendre\` par la rotation de l\`arc $\overset{\frown}{AB}$ autour de l\`axe $(O,\vec{i})$. Calculer V

EXERCICE N°3

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les courbes (C_1) et (C_2) ci-dessous représentent une fonction f définie et dérivable sur IR et sa dérive f \`
(C_1) et (C_2) se coupent en O et (C_2) coupe l axe des abscisse au point d\` abscisse - 2
(C_1) et (C_2) admettent la droite y = 0 comme asymptote au voisinage de $-\infty$, une branche infinie de direction celle de la droite des ordonnées au voisinage de $+\infty$

1. Par une lecture graphique

   a) Déterminer parmi (C_1) et (C_2) celle qui représente f et f \`

   b) Déterminer f (0) ,f \`(0) et f \`(-2)

   c) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

   d) Dresser le tableau de variation de f

2. On suppose que la fonction f est définie par :$f(x)=x^2 e^x$
Soit $\lambda < 0$, et A_λ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C_1) et (C_2) et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \lambda$.
   a) Montrer que pour tout réel x on a :$f`(x)-f(x)=2 x e^x$
   b) Calculer A_λ en fonction de λ et en déduire $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} A_\lambda$