

Exercice n° 1 : (2 points)

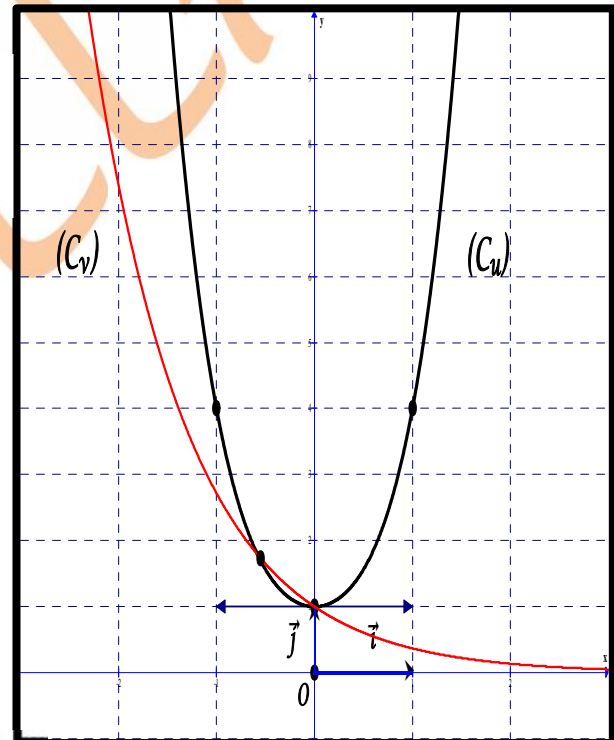
Pour chaque question une seule réponse est correcte. Relever cette réponse.

- 1) F est la primitive sur \mathbb{R} de f qui prend la valeur 3 en -1 . Si $\int_{-1}^1 f(t)dt = 1$ alors :
- a) $F(1) = -2$ b) $F(1) = 4$ c) $F(1) = 2$
- 2) $I = \int_1^e (x \ln x)^2 dx$ est égale à :
- a) $\frac{(5e^3-2)}{27}$ b) $\frac{(3e^3-2)}{27}$ c) $\frac{(4e^3+2)}{27}$

Exercice n° 2 : (6 points)

Soit u et v deux fonctions deux fois dérivables sur \mathbb{R} , représentées ci-contre dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) et $f : x \mapsto \frac{u'(x)+u(x)}{u(x)}$

- 1) a) Montrer que $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ est dérivable sur \mathbb{R} . Donner $F'(x)$
 b) Dédire que $\forall x \in \mathbb{R} : F(x) = \ln(u(x)) + x$.
- 2) On admet que $\forall x \in \mathbb{R} : u(x) = x^4 + ax^2 + b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $v(x) = e^{-x}$. Soit (C) la courbe de F dans un repère orthonormé.
- a) Etudier les problèmes de limites et montrer que $\Delta : y = x$ est une direction à (C) au voisinage de l'infini. Donner la position de Δ et (C) .
 b) Montrer que : $F(x) = 0$ admet, dans \mathbb{R} , exactement deux solutions 0 et $\alpha \in]-1, 0[$.
 c) Construire la partie de (C) sur $[0, +\infty[$. Préciser la tangente à (C) au point d'abscisse 0 .
- 3) Calculer $\int_{-1}^1 f(t)dt$. Dédire que $f(x) = 1$ admet, dans $[-1, 1]$, au moins une solution.

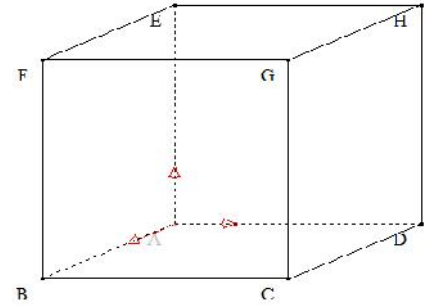
**Exercice n° 3 : (6 points)**

- 1) Soit g la fonction définie sur $] -1, 1[$ par : $g(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$
- a) Déterminer les réels a, b et c tels que $\forall x \in] -1, 1[: g(x) = a + \frac{b}{1-x} + \frac{c}{1+x}$
 b) En déduire la primitive G de g sur $] -1, 1[$ qui s'annule en 0 .
- 2) Soit H la fonction définie sur $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ par : $H(x) = G(\cos x)$.
- a) Montrer que H est dérivable sur $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ et que $\forall x \in [\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}] : H'(x) = \frac{-\cos^2 x}{\sin x}$
 b) En déduire la valeur de $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 t}{\sin t} dt$
 c) Calculer $J = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin t \cdot \ln(\sin t) dt$

Exercice 4 : (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et $ABCDEFGH$ est un parallélépipède quel que soit α :
 $\vec{AB} = 2\vec{i}$, $\vec{AD} = 4\vec{j}$ et $\vec{AE} = 3\vec{k}$

- 1) a) Vérifier que $\vec{AG} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$. Déterminer les composantes de chacun des vecteurs : \vec{AB} , \vec{AD} et \vec{AG} .
- b) Déterminer une équation cartésienne du plan (EBG) .
- 2) Soit α un réel différent de 1 et M le point de coordonnées $(2\alpha, 4\alpha, 3\alpha)$.
 - a) Vérifier que M décrit la droite (AG) privée du point G .
 - b) Montrer que M n'appartient pas au plan (EBG) .
- 3) Soit \mathcal{V} le volume du tétraèdre EBG .
 - a) Exprimer \mathcal{V} en fonction de α .
 - b) Calculer le volume du tétraèdre $AEBG$.
 - c) Pour quelle valeur de α , \mathcal{V} est-il égal au volume du parallélépipède $ABCDEFGH$?



Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie.