Lycée TheLepTe

2011-2012

CorreCtion du devoir de synthese n°2

Niveau : 4 ème Science expérimentales

Epreuve : Mathématiques

Prof : Mhamdi Abderrazek

<u>EX 1 :(3points)</u>

1).Vrai. 2).Vrai. 3).Faux.

<u>EX 2 :(6points)</u>

1).a).g'(x)=-2x-$\frac{1}{x}$ <0

$\lim_{0^+} g=+\infty$; $\lim_{+\infty} g=-\infty$;

x	0	+∞
g'(x)	—	
g	+∞ ↘	-∞

b).g(1)=1-1²-ln(1)=0-0=0

Signe de g(x) :

x	0	1	+∞
g(x)	+	0	-

2).a).f'(x)=$\frac{\frac{1}{x}x-\ln(x)}{x^2}$ -1=$\frac{1-\ln(x)-x^2}{x^2}$ =$\frac{g(x)}{x^2}$

b).signe(f(x))=signe(g(x)) (car x²>0)et $\lim_{0^+} f=-\infty$; $\lim_{+\infty} f=-\infty$;et f(1)=-1

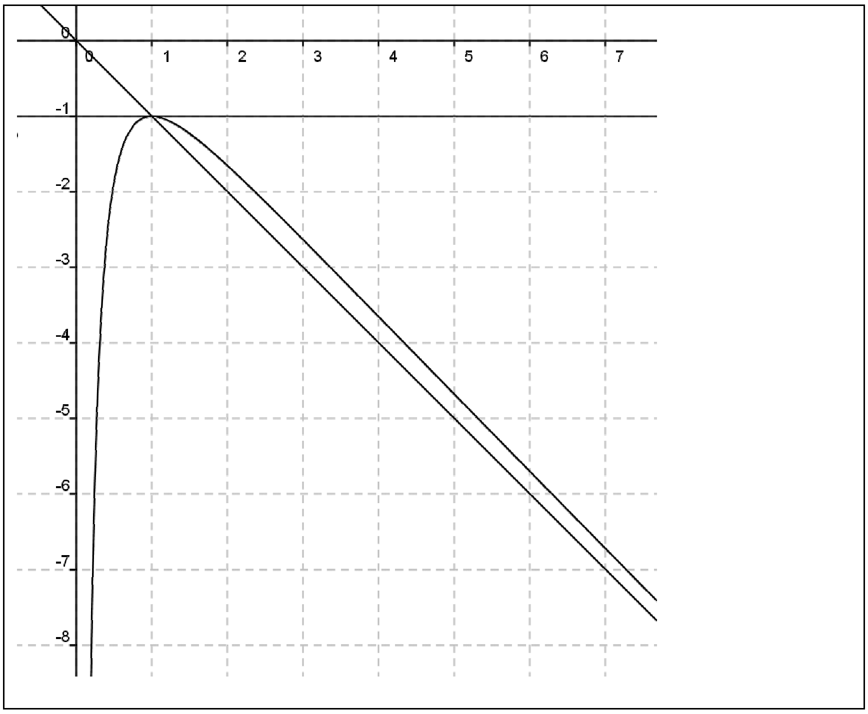
x	0	1	+∞
f '(x)	+	0	-
f	-∞ ↗	-1	↘ -∞

3).a).$\lim_{x\to+\infty} f(x)$- (-x) = $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x}$ = 0d'où D :y = - x est une asymptote à ℓ au voisinage de +∞

b).On a f(x)-(-x)= $\frac{\ln(x)}{x}$ d'où :

x		0		1		+∞
f(x)-(-x)			-	0	+	
Position de ℓ et D			ℓ est en dessous de D	$\ell \cap D$	ℓ est en dessus de D	

c).



4).$\mathcal{A}=\int_1^e |f(x)-(-x)|\,dx=\int_1^e \left|\frac{\ln(x)}{x}\right| dx=\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}\,dx=\left[\frac{ln^2(x)}{2}\right]_1^e=\frac{1}{2}$ u.a

<u>EX 3 :(5points) :</u>

1). $\lim_{x\to 0^+} h(x)$=$\lim_{x\to 0^+} x\ln(x)$=0=h(0) signifie h est continue à droite en 0.

2).a).$\lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)-h(0)}{x-0}$ =$\lim_{x\to 0^+} \frac{x\ln(x)}{x}$=$\lim_{x\to 0^+} \ln(x)$ =-∞ signefie h n'est pas dérivable à droite en 0.

b).La courbe Γ de h admet au point d'abscisse 0 une demi-tangente parallèle à (O,$\vec{j}$)

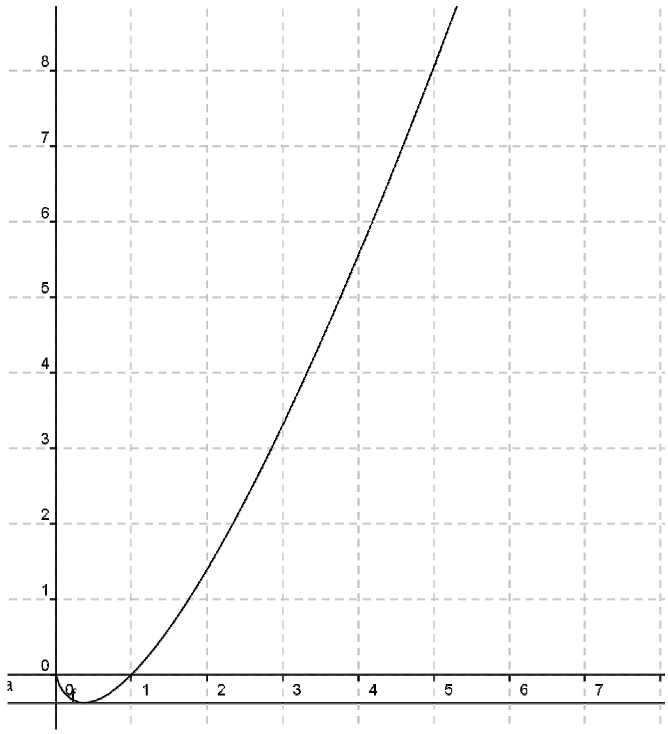
3).a). ∀x>0 on a h'(x)=ln(x)+1

h'(x) >0 signifie ln(x)+1 >0 signifie ln(x) > -1 signifie x> e^{-1}

- d'autre part on a $\lim_{+\infty} h$=+∞ et h(e^{-1})=− e^{-1}

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	||	$-$	0	$+$	
h	0	$\searrow$	$-e^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

b).On a $\lim_{x\to+\infty}\frac{h(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{x\ln(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\ln(x) = +\infty$ donc Γ admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$ au voisinage de $+\infty$



c). $\mathcal{A}'=\int_{e^{-1}}^{1}|h(x)|\,dx=\int_{e^{-1}}^{1}-x\ln(x)\,dx$

On pose $\begin{cases} u(x) = \ln(x) \\ v'(x) = -x \end{cases}$ alors $\begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = \frac{-x^2}{2} \end{cases}$

Donc $\mathcal{A}'=\left[\frac{-x^2\ln(x)}{2}\right]_{e^{-1}}^{1}+\int_{e^{-1}}^{1}\frac{-x^2}{2x}\,dx=\left[\frac{-x^2\ln(x)}{2}\right]_{e^{-1}}^{1} + \left[\frac{-x^2}{4}\right]_{e^{-1}}^{1}=\frac{1-3e^{-2}}{4}$ u.a.

EX 4 :(6points)

1).a). $\overrightarrow{AB}$^$\overrightarrow{AC}$ =$\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + 4\vec{k}$.

b). $\overrightarrow{AB}$^$\overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$ signifie $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires signifie

2).$\overrightarrow{N_P}.\overrightarrow{N_Q}$=1-5+4=0 signifie $\overrightarrow{N_P} \perp \overrightarrow{N_Q}$ signifie P⊥Q.

.On remarque que A∈P∩Q et C∈P∩Q d'où P∩Q=(AC).

3).a).S : $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3=(\sqrt{3})^2$ d'où S est la sphère de centre A(1,2,3) et de rayon $\sqrt{3}$=AB

b).i). S∩P =le cercle ζ de centre A et de rayon $\sqrt{3}$(car A∈P)(Pétant le plan de ζ)

ii). S∩Q= le cercle ζ' de centre A et de rayon$\sqrt{3}$(car A∈Q)(Qétant le plan de ζ')

iii).On a A est le centre de S et B∈S donc S∩(AB)={B ;E} où[BE] est un diamètre de S. on trouvera E(0 ;1 ;2).

BON TRAVAIL