

➤ *Le sujet de l'examen contient 4 pages, les pages n°3 et n°4 seront rendues*

**Exercice n°1 : (8 points)**

Dans l'annexe ci-joint, on a tracé, dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la représentation graphique  $(C)$  d'une fonction  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  ainsi que ses tangentes aux points  $A\left(1, \frac{5}{3}\right)$   $B\left(2, \frac{4}{3}\right)$ .

- La courbe  $(C)$  admet deux asymptote  $D: y = x + \frac{4}{3}$  et  $D': y = x - \frac{4}{3}$

1. Par lecture graphique déterminer :

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$   $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - \frac{4}{3}}{x - 2}$

b) Dresser le tableau de variations de  $f$

2. Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $]-\infty; -1]$

a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $]-\infty; -1]$  sur un intervalle que l'on précisera

b) Vérifier que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  telle que  $-\frac{4}{3} < \alpha < 1$

c) Préciser alors le signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

d) Vérifier que la fonction  $g^{-1}$  n'est pas dérivable à gauche en  $\frac{5}{3}$

e) Tracer dans le même repère la courbe  $(C')$  de la fonction  $g^{-1}$

3. a) Montrer que  $f$  admet une unique primitive  $F$  sur  $\mathbb{R}$  telle que  $F(1) = -\frac{5}{6}$

b) Préciser les variations de  $F$  sur  $\mathbb{R}$

4. a) Sachant que  $f(x) = x - \frac{4x-6}{3\sqrt{x^2-3x+3}}$  ; donner l'expression de  $F$

b) Calculer l'aire  $A$  de la partie du plan limitée par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$

c) Déduire l'aire  $A'$  de la partie hachurée du plan limitée par la courbe  $(C)$ , et les droites d'équations  $y = \frac{2}{\sqrt{3}}$  ;  $x = 0$  et  $x = 2$

**Exercice n°3 : (7 points)**

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

Soient les points  $A(0,0,1)$ ,  $B(1,-1,0)$ ,  $C(0,1,3)$  et  $I(2,1,-1)$

1. a) Déterminer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .  
b) Dédurre que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  déterminent un plan  $P$   
b) Calculer le volume du tétraèdre  $IABC$
2. a) Montrer que le plan  $P$  est d'équation  $:x + 2y - z + 1 = 0$   
b) Montrer que la droite  $(BI)$  est perpendiculaire au plan  $P$
3. On considère l'ensemble  $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 3 = 0$   
a) Vérifier que  $A \in S$   
b) Montrer que  $S$  est une sphère de centre  $I$  et déterminer son rayon  $R$   
c) Prouver que l'intersection du plan  $P$  et la sphère  $S$  est un cercle de rayon  $\sqrt{3}$  et préciser son centre
4. Soit la droite  $D : \begin{cases} x = 2 + 2\alpha \\ y = 1 - \alpha \\ z = -1 \end{cases}$  où  $\alpha \in \mathbb{R}$   
a) Vérifier que  $I \in D$   
b) Pour tout point  $M$  de la droite  $D$  ; calculer le volume du tétraèdre  $MABC$   
c) Expliquer pourquoi les tétraèdres  $MABC$  et  $IABC$  ont le même volume

**Exercice n°3:** (5 points)

Pour chacune des questions dans la page n°3 une seule des propositions données est correcte ; cocher la en justifiant

**Principe pour la notation :**

(1 pt) pour chaque bonne réponse justifiée (0.5 pt) pour chaque bonne réponse non justifiée et (0 pt) en cas d'absence de réponse ou une fausse réponse.

**Bonne chance**

\*\*\*

Nom :

Prénom :

N° :

1. Soit la fonction  $f: x \mapsto (x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 5}$ . Une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  est :

$F: x \mapsto \sqrt{x^2 + 2x + 5}^{-3}$		$F: x \mapsto \frac{1}{3}\sqrt{x^2 + 2x + 5}^{-3}$		$F: x \mapsto \frac{2}{3}\sqrt{x^2 + 2x + 5}^{-3}$	
---	--	--	--	--	--

2. La fonction  $G: x \mapsto \cos^3(-2x)$  est une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $g$  définie par

$g(x) = 3 \sin(-2x) \cos^2(-2x)$		$g(x) = -6 \sin(-2x) \cos^2(-2x)$		$g(x) = 6 \sin(-2x) \cos^2(-2x)$	
----------------------------------	--	-----------------------------------	--	----------------------------------	--

➤ L'espace muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Soient  $A$  et  $B$  deux points tels que  $AB = 3$

3. L'ensemble des points  $M$  de l'espace tel que  $\vec{MA} \wedge \vec{MB} = \vec{0}$  est :

Une sphère		Un plan		Une droite	
------------	--	---------	--	------------	--

4. Le plan  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  et le plan  $P: x - y + 2 = 0$  sont :

Perpendiculaires		Sécants		Parallèles	
------------------	--	---------	--	------------	--

5. Le plan  $Q$  passant par  $A$  et de vecteur normal  $\vec{AB}$  et la sphère  $S$  de centre  $B$  et de rayon 3 sont

Disjoints		Tangents		Sécants	
-----------	--	----------	--	---------	--

Nom :

Prénom :

N° :

Annexe:

