

L-S-IBN KHALDOUN PROF : Arfaoui – khaled DATE : 11/02/2010	Devoir de Contrôle N°2 Mathématiques	Classe : 4sc2 Durée : 2h
--	---	-----------------------------

### **EXERCICE N°1**(3pts)

Cocher la réponse exacte

1/ la limite de suite  $U_n = n(e^{\frac{1}{n}} - 1)$  est :

a) 0 ; b) 1 ; c)  $+\infty$

2/  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$  est :

a) 0 ; b) 1 ; c)  $+\infty$

3/ la primitive de la fonction  $x \rightarrow \frac{1}{x \ln x}$  sur  $]1, +\infty[$  qui s'annule en e est :

a/  $\frac{1}{2} \ln^2 x$  ; b/  $\ln(\ln x)$  ; c/  $\frac{1}{2} (\ln x - 1)^2$

### **EXERCICE N°2**(6pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . On considère les points  $A(0,1,1)$ ,  $B(1,1,0)$  et  $C(1,0,1)$

1/ a—Calculer  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

b—En déduire que les trois points A, B et C ne sont pas alignés

c—Calculer le Volume du tétraèdre OABC

2/ Montrer qu'une équation du plan (ABC) est :  $x + y + z - 2 = 0$

3/ Soit  $S = \{M(x,y,z) \in \xi / x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0\}$

a—Montrer que S est une sphère dont on déterminera les coordonnées de son centre I et son rayon R

b—Montrer que P coupe S suivant un cercle C dont on déterminera les coordonnées de son centre H et son rayon r

4/ Déterminer une équation cartésienne de chacune des plans Q et Q' qui sont parallèles à P et tangents à S

### EXERCICE N°3(5pts)

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \sqrt{1-\ln x}$

et  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Déterminer le domaine de définition de  $f$

2/ Etudier la dérivabilité de  $f$  à gauche en  $e$  et interpréter géométriquement ce résultat

3/ a-- Montrer que  $f$  est dérivable sur  $]0, e[$  et que  $f'(x) = -\frac{1}{2x\sqrt{1-\ln x}}$

b-- dresser le tableau de variation de  $f$

4/ Construire  $C_f$

### EXERCICE N°4(6pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x + \frac{2e^x}{e^x + 1}$

et  $C$  sa courbe représentative dans un repère Orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Etudier les variations de  $f$

2/ Montrer que les droites  $D : y = x$  et  $D' : y = x+2$  sont deux asymptotes à  $C$

3/ Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$

4/ a-- Ecrire l'équation de la tangente  $T$  à  $C$  au point d'abscisse 0

b-- En déduire l'équation de la tangente  $T'$  à la courbe  $C'$  de  $f^{-1}$  au point d'abscisse 1

5/ Tracer  $T, T', D, D', C$  et  $C'$