République tunisienne Ministère de l'éducation ☆ ☆ ☆ **EXAMEN BAC BLANC**	**EPREUVE : Mathématiques** **DUREE : 4 heures** **COFFECIENT : 4**
SECTION : MATHEMATHIQUES	**PROF : HAJJI MAKREM**

Exercice N°1 :

I. Déterminer et justifier la réponse exacte.

1) A et B deux événements indépendants tels que $p(A\cup B) = \frac{4}{9}$ et p(A) $\frac{1}{9}$ alors p(B) =

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{7}{8}$

2) On considère une pièce de monnaie dont la probabilité d'obtenir pile est le double de celle d'obtenir face. On lance deux fois la pièce.
La probabilité d'obtenir une seule fois pile est

a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{4}{9}$

3) La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$. Toutes les probabilités seront données à 10^{-3} près.
Sachant que $p(X>10) = 0,286$

A - Alors une valeur approché à 10^{-3} près de λ est

a) 0,125 b) 0,152 c) 0,034

B – Sachant qu'un oscilloscope a déjà fonctionné huit années la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieur à dix ans est

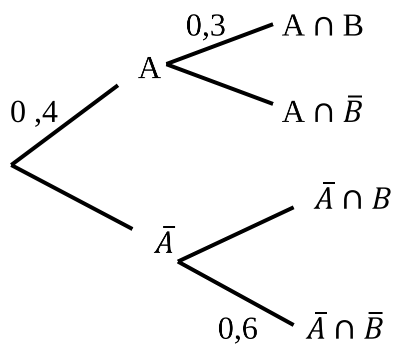
a) 0,779 b) 0,81 c) 0,632

C – La fonction de répartition F de la variable X est

a) $\begin{cases} 0 \; si \; x < 0 \\ 1 - e^{-0,125} si \; x \geq 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0 \; si \; x \geq 0 \\ 1 - e^{-0,125} si \; x < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 0 \; si \; x < 0 \\ \frac{1}{0,125} - xe^{-0,125} - e^{-0,125} si \; x \geq 0 \end{cases}$

II. Une expérience aléatoire est présentée par l'arbre de probabilité suivant



Répondre par Vrai ou faux à chacune des affirmations suivants en justifiant la réponse

1) $p(\bar{A}) = 0,6$
2) La probabilité de $\bar{B}$ sachant A est égale à 0,7
3) $p(B) = 0,7$
4) $p(A\cup B) = 0,64$

Exercice N°2 :

Partie A

Une salle informatique d'un établissement scolaire est équipée de 25 ordinateurs dont 3 sont défectueux. Tous les ordinateurs ont la même probabilité d'être choisis.

On choisit au hasard deux ordinateurs de cette salle.

Quelle est la probabilité que ces deux ordinateurs soit défectueux

Partie B

La durée de vie d'un ordinateur (c'est-à-dire la durée de fonctionnement avant la première panne) est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

Ainsi pour tout réel t positif, la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie inférieur à t années, noté p(X≤ t) est donné par $p(X \leq t) = \int_0^1 \lambda e^{-\lambda x} dx$

1) Déterminer λ sachant que p(X>5) = 0,4
2) Dans cette question on prendra $\lambda = 0{,}18$
   Sachant qu'un ordinateur n'a pas eu de panne au cours des 3 premières années, quel est à 10^{-3} près, la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieur à 5 ans ?
3) Dans cette question on admet que la durée de vie d'un ordinateur est indépendante de celle des autres et que p(x>5) = 0,4
   a) On considère un lot de 10 ordinateurs. Quelle est la probabilité que, dans ce lot, l'un au moins des ordinateurs ait une durée de vie supérieure à 5ans ? On donnera une valeur arrondie au millième de cette probabilité.
   b) Quel nombre minimal d'ordinateurs doit-on choisir pour que la probabilité de l'évènement : « L'un au moins d'entre eux a une durée de vie supérieur à 5 ans » soit supérieur à 0,999 ?

Exercice N°3 :

L'espace est rapporte a un repère orthonormé R $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ on considère les points I(3,0,-1) , H(1,1,0) , le plan P d'équation 2x-y-z-1=0 et la sphère S de centre I et de rayon 3.

1) a) Montrer que (IH) est perpendiculaire au plan P et qu'elle le coupe en H.

   b) Montrer que P coupe S suivant un cercle que l'on déterminera le centre et le rayon.

2) a) Déterminer les expressions analytiques de la translation t de vecteur $\overrightarrow{IH}$.

   b) Déterminer une équation de l'image du plan P par la translation t.

   c) Déterminer une équation de limage de la sphère S par la translation t.

3) Montrer qu'il existe deux homothéties de centre I et dont on déterminera les rapports telles que chacune d'elle transforme le plan P en un plan tangent a la sphère S et le point H est le point de contact de S avec le plan image.

Exercice N°4 :

1) Résoudre l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
2) Soit E l'ensemble des fonctions définies et deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ telles que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$, ou f' désigne la fonction dérivée de f.
   a) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \cos x$.
   Vérifier que g est un élément de E.
   b) Soit f un élément de E. Vérifier que pour tout réel x, $f''(x) = f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
   c) En déduire que si f est un élément de E alors f est une solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$
   d) Déterminer alors l'ensemble E

Exercice N°5 :

Partie A

1) Etudier le sens de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(t) = e^t - t$
   Quel est le minimum de la fonction g sur $\mathbb{R}$?
2) En déduire les inégalités suivantes
   a) Pour tout réel t $e^t \geq t + 1$; $e^t > t$ et $-te^t \geq -1$
   b) Pour tout réel tel que $t > -1$, $\ln(1 - xe^{-x}) < -xe^{-x}$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2\ln(e^x - x)$.

1) Montrer que $f(x) = x^2 - 2\ln(1 - xe^{-x})$. Quelle est la limite de f en $+\infty$?
   On admettra que la limite de la fonction f en $-\infty$ et $+\infty$.
2) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$
   Dresser le tableau de variation de f.
3) Dans un repère orthonormé (unité 3 cm). On considère la parabole (P) d'équation $y = x^2 - 2x$ et (C) la courbe représentative de f. Montrer que (P) et (C) sont asymptotes en $+\infty$. Etudier les positions relatives des courbes (P) et (C).
4) Donner une équation de chacune des tangentes (D) et (D') respectivement au courbes (P) et (C) au point d'abscisse 0.
5) Tracer dans un même repère les courbes (P) et (C) et leurs tangentes (D) et (D')

« *Ne vous inquiétez pas pour vos difficultés en mathématiques, les miennes sont encore plus grandes.* »

Albert Einstein