

EXERCICE N° 1

Soit (U_n) la suite définie sur IN par :
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2}{\sqrt{4-U_n^2}} \end{cases}$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 puis vérifier que la suite (U_n) n'est pas arithmétique
- 2) On admet que pour tout $n \in IN$ on a $0 \leq U_n < \sqrt{2}$.
Montrer que pour tout $n \in IN$ on a : $U_{n+1} - U_n \geq 0$
- 3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = \frac{U_n^2}{2-U_n^2}$.
 - a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique.
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
- 4) Pour tout $n \in IN^*$, on pose : $S_n = \sum_{k=1}^n V_k$
 - a) Exprimer S_n en fonction de n .
 - b) Déterminer n pour que $S_n = 105$.

EXERCICE N°2

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite arithmétique. On sait que $u_5 = 125$ et $u_{16} = 48$.

- 1) Calculer la raison et le premier terme de cette suite.
- 2) En déduire u_n en fonction de n .
- 3) Pour quelle valeur de n a-t-on $u_n = -127$?
- 4) A partir de quel rang a-t-on $u_n \leq -250$?
- 5) Calculer la somme $S = U_{1971} + U_{1972} + \dots + U_{2013}$

EXERCICE N°3

Soit un triangle ABC et E un point du coté [BC] distinct de B et C

- 1) Construire les points $F = t_{\vec{BA}}(E)$ et $G = t_{\vec{BC}}(E)$
- 2) Montrer que $G = t_{\vec{AC}}(F)$ et que $t_{\vec{BE}}((AC)) = (FG)$
- 3) Les droites (AC) et (EF) se coupent en un point K. La parallèle menée par K à la droite (BC) coupe (AB) en M et (FG) en N. Montrer que K est le milieu du segment [MN]