Prof :Khammour.Khalil Année Scolaire :2013/2014	**Série d'exercices :** **Etude de fonctions**	$4^{ème}$ Eco-Gestion **Tél :27509639**

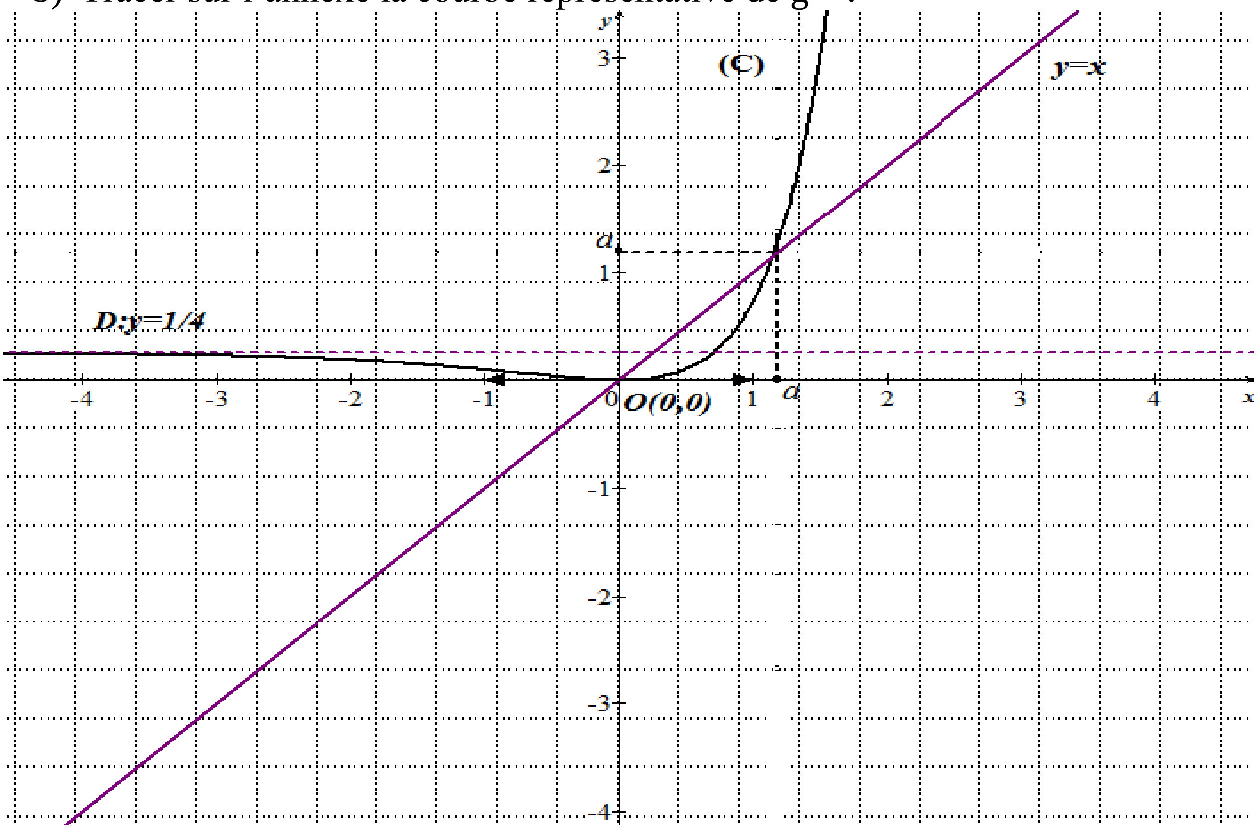
Exercice n°1 :

Le plan est muni d'un repére orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative (C) d'une fonction f dérivable sur IR.

- α est l'unique réel non nul tel f(α)= α .
- La courbe (C) admet :
  - ✓ Une asymptote d'équation $y = \frac{1}{4}$ au voisinage de $-\infty$.
  - ✓ Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
  - ✓ Une seule tangente horizontale au point de l'origine.

1) Par lecture graphique donner :
   a) f(0) et f '(0).
   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
2) Soi g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par g(x)=f(x).
   a) Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[0, +\infty[$.
   On note g^{-1} la fonction réciproque de g .
   b) Tracer sur l'annexe la courbe représentative de g^{-1}.



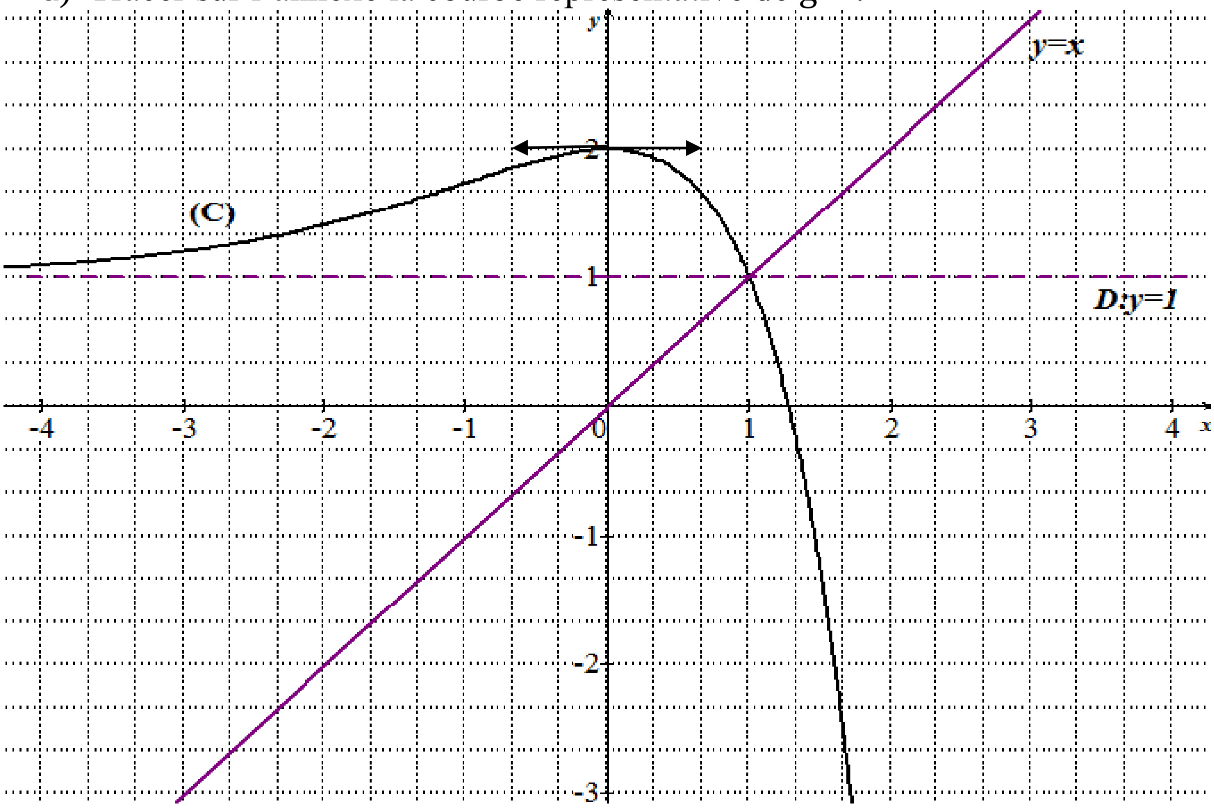
Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repére orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative (C) d'une fonction f dérivable sur IR.

- La courbe (C) admet :
  - ✓ Une asymptote d'équation $y = 1$ au voisinage de $-\infty$.
  - ✓ Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
  - ✓ Une seule tangente horizontale au point A(0,2).

1) En utilisant le graphique et les données ci-dessus :
   a) Déterminer f(0) , f '(0)
   b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
2) a) Dresser le tableau de variations de f.
   b) Justifier que l'équation f(x)=0 admet dans IR une solution unique $\alpha \in]1,2[$
3) Soi g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par g(x)=f(x).
   c) Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J à préciser. On note g^{-1} la fonction réciproque de g .
   d) Tracer sur l'annexe la courbe représentative de g^{-1}.



Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur IR \ {-2 ; 0 } par $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$

1) Donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2) Justifier que f est dérivable sur IR \ {-2 ; 0 } et calculer f'(x) .

3) Donner le tableau des variations de f.

4) Tracer la courbe (C) représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 1cm.

On indiquera et on tracera les asymptotes éventuelles à la courbe.

5) Montrer que la courbe (C) a un axe de symétrie D :x=-1.

6) Déterminer l'équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse 1

Tracer T

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur IR\{-1} par $f(x) = \frac{3x^2+6x+5}{(x+1)^2}$

1) a) Déterminer les réels a et b tels que pour tout x de IR\{-1} on a :
$f(x) = a + \frac{b}{(x+1)^2}$
b)Déterminer la limite de f aux bornes de son domaine de définition. Interpréter graphiquement les résultats.
c) Dresser le tableau de variations de f .
d)Tracer la courbe C_f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
2) Soit g la fonction définie sur]-1,+∞[par g(x)=f(x).
a) Montrer que g réalise une bijection de]-1,+∞[sur un intervalle à préciser.
b) Tracer g^{-1} la fonction réciproque de g dans le même repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
3) a)Justifier que g admet une primitive sur]-1,+∞[.
b)Déterminer une primitive G de g sur]-1,+∞[.
c)Déterminer la primitive G de g tel que G(0)=0