

**Exercice 1:** ( 6 points )

Le graphique ci-contre représente la courbe  $(C)$  d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .  
La courbe  $(C)$  passe par  $O(0,0)$  et  $A(2,2)$ .  
La droite  $(AB)$  est la tangente à  $(C)$  en  $A$ .  
La tangente à  $(C)$  au point  $C$  d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Par lecture graphique:

- évaluer  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f'(1)$  et  $f'(2)$ .
- dresser le tableau de variation de  $f$ .

2. Une des courbes présentées ci-dessous représente la fonction  $f'$ , dérivée de  $f$ , et une autre représente une primitive  $F$  de  $f$ . Identifier ces deux courbes en justifiant la réponse.

3. On pose pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = (x+a)e^{bx+c}$  où  $a, b$  et  $c$  sont des constantes réelles.

- Montrer que  $a = 0$  et  $c = -2b$ .
  - Exprimer  $f'(x)$  en fonction de  $b$ .
  - Déterminer alors l'expression de  $f(x)$ .
4.  $\alpha$  est un réel strictement supérieur à 2. Soit  $A(\alpha)$  l'aire de la partie du plan limitée par  $(C)$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équations respectives  $x = 2$  et  $x = \alpha$ .
- Montrer, par une intégration par parties, que  $A(\alpha) = 3 - (\alpha + 1)e^{2-\alpha}$  u.a.
  - Calculer  $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$ .

**Exercice 4:** ( 5 points )

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère le point  $A(1, -1, 2)$  et le plan  $P: x + 2y + z - 1 = 0$ .

Soit  $h$  l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ .

- Déterminer les coordonnées du point  $A' = h(A)$ .
  - En déduire qu'une équation cartésienne du plan  $P' = h(P)$  est :  $x + 2y + z - 6 = 0$
- Soit  $S$  la sphère de centre  $A$  et de rayon  $R$ . On pose  $S' = h(S)$ .  
Déterminer  $R$  pour que  $S'$  soit tangente à  $P$ .
  - Donner un système d'équations paramétriques de la droite  $\Delta$  passant par  $A$  et perpendiculaire à  $P$ .
  - Déterminer les coordonnées du point  $H$  d'intersection de  $\Delta$  et  $P'$ .
  - Déterminer alors le centre  $\Omega$  et le rayon  $r$  de la sphère tangente à  $P$  et  $P'$ .

\* \* \* \* \*

*Bon travail*