Epreuve : Mathématiques	Devoir de contrôle n 2	Durée :2h
Prof : MAATALLAH	Le 14 - 02 - 2011	Classe : 4 M 1

EXERCICE N1 :(7 points)

Le plan est orienté dans le sens direct . ABC est un triangle équilatéral direct .On désigne par I , J et K les milieux respectifs de [CB] , [AC] et [AB] .Soit D le point tel que : $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BK}$ et E le symétrique de D par rapport à C .

1/ Soit S la similitude directe qui transforme J en B et D en A .

a) Déterminer le rapport et une mesure de l'angle de S . Déterminer le centre de S .

b) Déterminer et construire les images par S des points K et I .

2/ Soit r la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et h l'homothétie de centre B et de rapport 2 .On pose S'=h∘ r .

a) Déterminer S'(J) . Montrer que S' est une similitude directe dont on précisera le rapport et l'angle .

b) On désigne par Ω le centre de S' . Construire Ω .

3/ Soit M un point du plan . On pose $M_1 = S(M)$ et $M_2 = S'(M)$. Montrer que $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{BC}$.

4/ Soit σ la similitude indirecte de centre D transformant J en E .Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'application $f = \sigma \circ S_{(ID)}$.

EXERCICE N2 :(6 points)

Soit f la fonction définie sur [0,2] par : $f(x) = 2\sqrt{2x - x^2}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ Soit (C') le symétrique de (C) par rapport à $(O, \vec{\imath})$ et (Γ)= (C)∪(C') .

Montrer que (Γ) a pour équation : $(x-1)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$. Préciser et tracer (Γ) .

2/ Soit pour $x \in [0,\pi]$; $F(x) = \int_0^{1+\cos x} f(t)dt$. Montrer que F est dérivable sur $[0,\pi]$ et que $F'(x) = -2\sin^2 x$

3/ a) Déduire l'expression de $F(x)$ pour tout $x \in [0,\pi]$.

b) En déduire l'aire de l'intérieur de (Γ) .

EXERCICE N3:(7 points)

Soit f la fonction définie sur [0,1[par : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$, (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1/ a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Déterminer la position de (C_f) par rapport à la droite Δ d'équation: $y = x$ puis tracer Δ et (C_f)

2/ Soit F la fonction définie sur $[0,\frac{\pi}{2}[$ par : $F(x) = \int_0^{\sqrt{\sin x}} f(t)dt$.

a) Montrer que F dérivable sur $]0,\frac{\pi}{2}[$ et calculer $F'(x)$. En déduire que $\forall x \in [0,\frac{\pi}{2}[$ on a : $F(x) = \frac{x}{2}$.

b) Trouver alors l'aire A de la partie du plan limitée par (C_f) et les droites $y = x$, $x = 0$ et $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3/ Soit $\alpha \in [\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}[$, on pose $I(\alpha) = \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{\sin\alpha}} \frac{\sqrt{1-t^4}}{t^3} dt$.

A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I(\alpha)$. Déterminer $\lim_{\alpha \to (\frac{\pi}{2})^-} I(\alpha)$

Bon travail