DEVOIR DE CONTROLE N° 1

Exercice 1

Pour chaque question, une seule des réponses est exacte.

Indiquer sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Si ABCD est un carrée de coté $a > 0$ alors $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BD} =$

   (a) $-a^2$ **(b)** $a\sqrt{2}$ **(c)** $-a\sqrt{2}$

2. Si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont deux vecteurs colinéaires de sens contraires tels que $\| \overrightarrow{u} \| = 2$ et $\| \overrightarrow{v} \| = 1$.
   Alors $(\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v})^2 =$

   (a) 25 **(b)** 13 **(c)** 1

3. Soit f la fonction définie sur $(1, +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$. Alors on a :

   (a) 0 est un minimum de f **(b)** 1 est un maximum de f **(c)** f est bornée

4. Soit f une fonction continue sur l'intervalle [1,2[. Alors :

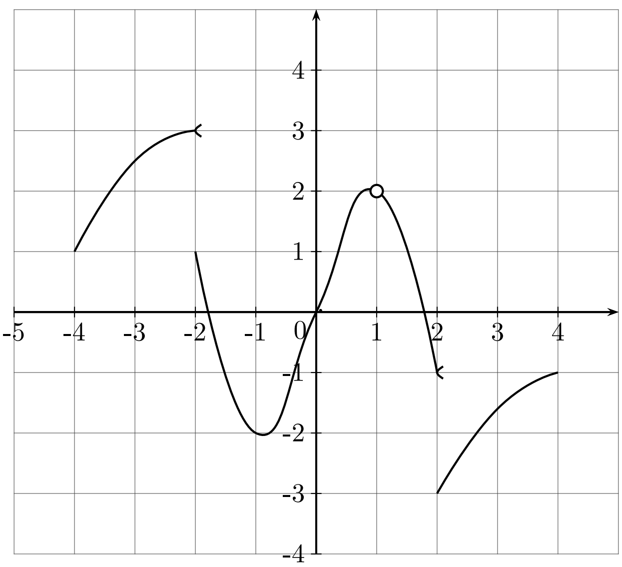
   (a) f est continue à gauche en 1 **(b)** f est continue en 1 **(c)** $\lim\limits_{x \to 1^+} f = f(1)$

Exercice 2

La figure ci-contre représente la courbe d'une fonction f définie sur $[-4, 4] \setminus \{1\}$.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1. Déterminer les limites à droite et à gauches de f en -2 et 2.
2. Quels sont les intervalles sur lesquels f est continue ?
3. 3 est-il le maximum de f ? justifier.
4. f est-elle prolongeable par continuité en 1 ? Justifier.
5. Déterminer $f([-2, 0])$ et $f(]1, 4])$



Exercice 3

I- Soit g la fonction définie sur $]-\infty, 0]$ par : $g(x) = \sqrt{x^2+4} - x$.

1. Montrer que pour tout $x \in]-\infty, 0]$ on a : $x^2 + 4 \geqslant (x+2)^2$.
2. En déduire que la fonction g est minorée par 2.
3. 2 est-il un minimum de g sur $]-\infty, 0]$? justifier.

II- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $\begin{cases} f(x) = g(x) & \text{si } x \leqslant 0 \\ f(x) = \dfrac{x^2+2x-8}{x^2-4} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. (a) Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty, 0]$, $]0, 2[$ et $]2, +\infty[$.

   (b) Montrer que f est continue en 0.

   (c) Montrer que f est prolongeable par continuité en 2.

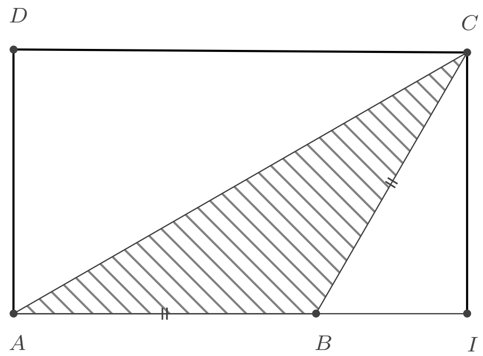
2. (a) Montrer que l'équation $f(x) = 3$ admet dans $[-1, 1]$ au moins une solution α.

   (b) On admet que α est unique.

   Déterminer un encadrement de α d'amplitude $0,5$.

Exercice 4

Dans la figure ci-contre AICJ est un rectangle tel que $AC = 4\sqrt{3}$ et B un point de $[AI]$ tel que $AB = AC = 4$.



1. (a) Montrer que $AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

   (b) En déduire que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -8$

   (c) Montrer alors que $\cos(\widehat{ABC}) = -\dfrac{1}{2}$ et que $BI = 2$.

2. (a) Montrer que $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CI} = 12$ et que $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CJ} = 12$.

   (b) En déduire que $(CB) \perp (IJ)$

3. Soit $\Delta = \{M \in \mathcal{P} \,;\, MA^2 - MB^2 = 32\}$.

   (a) Montrer que pour tout $M \in \mathcal{P}$, $MA^2 - MB^2 = 2\,\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB}$ avec O est le milieu de [AB].

   (b) Montrer que $C \in \Delta$.

   (c) Montrer que Δ est une droite que l'on précisera.

4. Soit $\Gamma = \{M \in \mathcal{P} \,;\, MA^2 + MB^2 = 64\}$.

   (a) Montrer que $C \in \Gamma$.

   (b) Montrer que Γ est un cercle que l'on précisera.