

Exercice n°1 :

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & -5 \end{pmatrix} \text{ et } C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ -6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer $A+B$, $A-B$, $4A+3C$ et $2B-C$.
- 2) Calculer AB , BA , AC , CA
- 3) Que peut-on conclure ?

Exercice n°2 :

Calculer AB et BA si c'est possible :

- 1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
- 2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 784 \end{pmatrix}$
- 3) $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$
- 4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Exercice n°3 :

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ la matrice unité d'ordre 3 .}$$

- 1) Calculer A^2 .
- 2) Montrer que $A^2 = A + 2I_3$.
- 3) a- Déterminer une matrice B tel que $AB = I_3$.
b- En déduire que A est inversible et déterminer A^{-1}

Exercice n°4 :

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer le déterminant de A .
- 2) A est-elle inversible ?

Exercice n°5 :

$$\text{Soit } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) Calculer B^2 , B^3 .
- 2) Montrer que $B^3 - 3B^2 - 2B - I_3 = O_3$ (O_3 est la matrice nulle)
- 3) En déduire que B est inversible et déterminer B^{-1}

Exercice n°6 :

Soit $M = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 4 & 10 & -12 \\ 3 & 6 & -7 \end{pmatrix}$

- 1) a-Calculer déterminant de M.
b-Montrer que M est inversible.

c-Vérifier que $M^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 \\ -8 & -12 & 24 \\ -6 & -12 & 22 \end{pmatrix}$

- 2) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant :
$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ 4x + 10y - 12z = 0 \\ 3x + 6y - 7z = 0 \end{cases}$$

Exercice n°7 :

On considère le système suivant (S) :
$$\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 235 \\ x + 2y + 3z = 65 \\ 2x + 2y + 3z = 80 \end{cases}$$

- 1) Déterminer la matrice M de (S).

2) Montrer que M est inversible et que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$.

- 3) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S).