-Lycée : Elamel Fouchana

-Prof : B. Zouhaier

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

-Classe : 3éme T1
-Date : 07/03/2013
-Durée : 2h

Exercice n°1 : (3points)

Cocher la réponse exacte en justifiant la réponse

1. $\lim_{x \to 1} \frac{x^4+x^3-2}{x-1} =$
   a) 0 ; b) 7 ; c)1
2. *Si z est un nombre complexe d'argument* $\frac{\pi}{3}$ *alors arg* $\left(\frac{z^2}{\bar{z}}\right)$=
   a) $\pi + 2k\pi$; b) $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$; c) $-\frac{\pi}{3} + 2k\pi$
3. *Si A, B , C et D sont quatre points du plan tels que* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ *alors*
   a) C=D ; b) (AB) // (CD) ; c) (AB) ⊥ (CD)

Exercice n°2 : (7points)

I/*Soit g la fonction définie sur IR\ {1} par g(x) =* $\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

1. *Calculer* $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} g(x)$. *Interpréter graphiquement le résultat*
2. *Calculer* $\lim_{x\to1} g(x)$
3. *a)Résoudre dans IR l'équation g(x) = 0*
   b) Donner suivant les valeurs de x le signe de g(x)

II/*Soit f la fonction définie sur IR\ {1} par f(x) =* $\frac{x^2}{x-1}$ *et* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé*

1. *a)Montrer que Δ : y = x+1 est une asymptote oblique à* (C_f) *au voisinage de -∞ et au voisinage de +∞*
   b) Etudier la position de (C_f) *et Δ*
2. *a)Montrer que f est dérivable sur IR\ {1} et que f'(x) = g(x)*
   b) Dresser le tableau de variation de f
3. *a)Ecrire l'équation de la tangente T à* (C_f) *au point d'abscisse 3*
   b)Existe –t-il des points de (C_f) *ou la tangente est parallèle à Δ ?*

Exercice n°3 : (6points)

(O ;$\vec{u}$*;* $\vec{v}$*) désigne un repère orthonormé du plan complexe .A, B et C trois points d'affixes respectives (1+i*$\sqrt{3}$*) ; (1 – i) et (-2+i*$\sqrt{3}$*)*

1. *a)Ecrire* z_A *et* z_B *sous forme trigonométrique*

b)Déduire la forme trigonométrique de $\frac{z_A}{z_B}$

2. *a)Ecrire* $\frac{z_A}{z_B}$ *sous la forme algébrique*

   b)Déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
3. *a)Montrer que ABC est un triangle rectangle en A*

   b) Déterminer l'affixe du point D pour que ABDC soit un rectangle
4. *Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que* $\left|\frac{\bar{z}}{z-1+i}\right| = 1$

<u>Exercice n°4 : (4points)</u>

Dans le plan on considère un triangle équilatéral ABC tel que AB= 3.
Soit I le milieu de [BC] et D le symétrique de C par rapport à B.

1. *Calculer* $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ *;* $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IC}$ *et* $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}$
2. *Soit J le milieu de [AD]. Montrer que :* $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AC} = 0$.
3. *Soit* $(\mathcal{E})$*l'ensemble des points M du plan tels que* $MC^2 - 2MB^2 = -9$

   a)Vérifier que A appartient à $(\mathcal{E})$

   b) Montrer que D est le barycentre des points pondérés (C,1) et (B,–2)

   c) Determiner l'ensemble $(\mathcal{E})$