2SC

Mr Y.BOULILA

EXERCICE 1

Soit un triangle ABC. On note I le milieu de [AB] et G le barycentre des points {(A ;2) ; (B ;2) ; (C ;-1)}.

1°) Démontrer que les points I, G, C sont alignés.
2°) Faire une figure.
3°) A tout point M du plan on associe le point M' définie par :
$\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$.
Démontrer que les points G, M et M' sont alignés.
4°) Soit h l'homothétie de centre G et de rapport –2.
a) Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie h.
b) Démontrer que h(M) = M'
c) Quel ensemble décrit le point M' lorsque M décrit le cercle de diamètre [AB].

EXERCICE2

Soit ABC un triangle isocèle rectangle en A. On note I le milieu de [BC] et J le milieu de [AC].
Soit p un paramètre réel ; à tout point M du plan on associe le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + p\overrightarrow{MC}$$

1°) Dans cette question on suppose que p = -1.
a) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ est un vecteur fixe que l'on déterminera.
b) En déduire la nature de la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' dans le cas où p = -1.

2°) Dans cette question on suppose que p = 2.
a) Construire le point K barycentre des points pondérés (A ;2) et (B ;-1)
b) Construire le point G barycentre des points pondérés (A ;2), (B ;-1) et (C ;2)
c) Démontrer que G appartient à la droite (BJ).
d) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{GM'}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{GM}$.
e) En déduire la nature de la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' dans le cas où p = 2.

3°) Le point M décrit le cercle de diamètre [BC]
a) Quel est l'ensemble (E_1) des points M' dans le cas où p = -1 ? Le construire.
b) Quel est l'ensemble (E_2) des points M' dans le cas où p = 2 ? Le construire.

EX22

Soit ABC un triangle, (Γ) son cercle circonscrit et O le centre de (Γ).

Soit H le milieu de [BC] et D le point de (Γ) diamétralement opposé à A.

B' est le symétrique de A par rapport à B et C' le symétrique de A par rapport à C. D se projette orthogonalement en K sur [B'C'].

Le but de l'exercice est de démontrer que K est le milieu de [B'C'] et que les points A, H et K sont alignés .

Pour cela on considère l'homothétie h de centre A qui transforme B en B' .

1. Quel est le rapport de h ?

2. Déterminer les images par h des points O et C, puis l'image du segment [BC].

3. Soit (Γ') l'image du cercle (Γ) par h. Quel est le centre de (Γ') ? Montrer que (Γ') passe par B' et C' .

4. Montrer que (DK) est médiatrice de [B'C'] . En déduire que K = h(H) puis que les points A, H et K sont
alignés.

Exercice 3

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 1+\sqrt{2} \\ u_{n+1} = 1+\sqrt{u_n^2 - 2u_n + 4} \end{cases}$$

1°) a) Calculer u_1 et u_2.
b) Justifier que pour tout $n \geq 1$, $u_n \geq 1$.

2°) On pose $v_n = (u_n - 1)^2$.
a) Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique
b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n.

Exercice 4

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + \left(\dfrac{2}{3}\right)^n \end{cases}$$

1°) a) Calculer u_1 , u_1 , u_3 ; la suite (u_n) est-elle géometrique ?

2°) Soit $v_n = u_{n+1} - u_n$; montrer que (v_n) est une suite géométrique.

3°) On pose $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

a) Calculer S_n en fonction de n.

Exercice 5

Pour chacune des suites ci-dessous indiquez (en justifiant) si elle est arithmétique, géométrique ou ni l'un ni l'autre en précisant le cas échéant le premier terme et la raison :

1°) $u_0 = 1000$ et $u_{n+1} = u_n - \dfrac{4}{100}\,u_n$

2°) $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 1}{3}$

3°) $u_n = \dfrac{4n-1}{3}$

4°) $u_n = \dfrac{2}{n^3}$

5°) $u_n = \dfrac{2}{3^n}$

6°) $u_n = 1$ si n est pair et $u_n = -1$ si n est impair

Exercice 6

1°) Sachant que la suite u est une suite arithmétique de raison $r = 6$ et de premier terme $u_0 = -4$, calculer les termes u_1 et u_8.

2°) Soit v une suite arithmétique de raison r, de premier terme v_0 et telle que $v_6 = 48$ et $v_{12} = 30$

a) Calculer la raison r et le premier terme v_0.

b) Déterminer la monotonie et la convergence éventuelle de la suite v.

3°) Calculer la somme des multiples de 3 inférieurs à 1000 :

$$S = 3 + 6 + 9 + 12 + \ldots + 999.$$

<u>II/ Suites géométriques</u>

1°) Sachant que la suite u est une suite géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $u_0 = \dfrac{1}{8}$, calculer les termes u_1 et u_8.

2°) Soit v une suite géométrique de raison q, de premier terme v_0 et telle que $v_3 = 18$ et $v_5 = 8$.

a) Calculer la raison q et le premier terme v_0.

b) Déterminer la monotonie et la convergence éventuelle de la suite v.

3°) Exprimer plus simplement la somme :

$$S_n = 1 - \frac{1}{10} + \frac{1}{100} - \frac{1}{1000} + \ldots + (-1)^n \frac{1}{10^n} \quad \text{où } n \in \mathbb{N}^*.$$

En déduire sa limite quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 7

Un club de sport propose deux types d'abonnements non permutables.
Formule A : une cotisation annuelle de **100** DT à laquelle s'ajoute la première année seulement un droit d'entrée de 2 **000** DT.
Formule B : une cotisation annuelle initiale de **200** DT qui augmente de **10%** par an. Dés la seconde année, pour fidéliser la clientèle, on effectue un réduction de **10** DT sur la cotisation annuelle. Si C_n est le montant, exprimé en dinars , de la cotisation annuelle la n-ième année, on a : $C_1 = 200$ et pour tout entier n supérieur ou égal à **1**, on a $C_{n+1} = 1{,}1\, C_n - 10$.

1°) Déterminer la somme T_n versée au club de sport par membre pendant n années avec la formule A .

2°) Soit (D_n) la suite définie pour tout entier n supérieur ou égal à **1** par $D_n = C_n + \alpha$ où α est un réel.
Déterminer le réel α pour que la suite (D_n) soit une suite géométrique de raison **1,1** et préciser le terme initial de la suite.

3°) On suppose dans cette question que $\alpha = -100$.

a) Exprimer D_n puis C_n en fonction de n.

b) Soit S_n la somme versée au club par un membre pendant n années avec la formule B.
Montrer que $S_n = 1000[(1{,}1)^n - 1] + 100n$.

EX8

Dans cet exercice, on dispose de la donnée suivante : $tan(\frac{\pi}{12}) = 2-\sqrt{3}$.

1. Soit $x \in]0;\frac{\pi}{2}[$. Démontrer que $tan(\frac{\pi}{2}-x) = \frac{1}{tan x}$.

2. En déduire que :

$$tan(\frac{5\pi}{12}) = 2+\sqrt{3}.$$

Exercice :9

ABC est un triangle avec $BC = 4, \widehat{B} = \frac{\pi}{4}; \widehat{C} = \frac{\pi}{3}$.

1. Démontrer que $\sin \widehat{A} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

2. Calculer les valeurs exactes de AB et AC .