DEVOIR DE SYNTHESE NII
MATHEMATIQUES 3S.I

Exercice 1 (4 points)

A- Déterminer les couples (x , y) d ' entiers naturels vérifiants : x + y = 2008 et x ∧ y = 251

B- Déterminer tous les couples (a , b) d ' entiers naturels tels que : 7 (a – 1) – 3b = 0

Exercice 2: (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par récurrence par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \; et \; U_1 = 2 \\ U_{n+2} = 6U_{n+1} - 5U_n \end{cases}$$

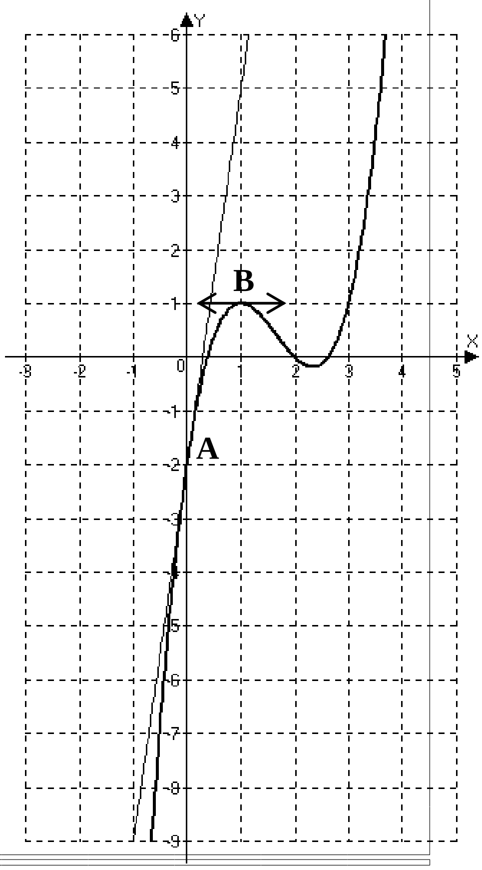
1. Calculer U_2, U_3, U_4.

2. Résoudre l'équation du second degré suivante : $x^2 = 6x - 5$.

3. Déterminer deux réels A et B tels que : $U_n = A \times 5^n + B$.

4. En déduire U_{10}.

Exercice 3 (5 points)



On a tracé ci-contre la représentation graphique C d'une fonction polynôme du troisième degré définie par :

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$

où a, b, c et d sont des constantes réelles.

1°) Lire graphiquement les coordonnées des points A et B de la courbe C.

2°) Lire graphiquement le coefficient directeur des tangentes à la courbe C aux points d'abscisses A et B.

3°) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f.

4°) En déduire un système d'équation vérifié par les réels a, b, c et d.

5°) En déduire que $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$.

6°) Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse **0** et la position de C par rapport à cette tangente.

Exercice 4 (4 points) :

Soit f la fonction definie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \frac{-x^2+2x-1}{x}.$$

On note C sa courbe representative dans un repere orthonormé .

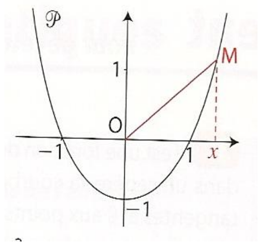
1-a-Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation
1. b-Determiner les abscisses des points de la courbe C où la tangente est horizontale .

2. Existe-t-il des points de la courbe C où la tangente admet un coefficient directeur egal à - 2 ?

3 Determiner les abscisses des points de la courbe C où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$

Exercice 5 (3 pts)

Dans un repère d'origine O, P est la parabole d'équation : $y = x^2 - 1$.



On associe à tout nombre réel x, le point M de P d'abscisse x.

1) Démontrer que $OM^2 = x^4 - x^2 + 1$.
2) f est la fonction définie sur **R** par : $f(x) = x^4 - x^2 + 1$.
   a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
   b) Dresser le tableau de variation de f.
3) Déterminer la(les) position(s) de M sur P pour laquelle(lesquelles) la distance OM est minimale. Calculer cette distance minimale.