

Exercice n°1 : (3points)

Cocher la réponse exacte, aucune justification n'est demandée

1. Si $z = 2 - 2i(1+3i)$ alors :
a) $Re(z) = 2$; b) $\bar{z} = 2+2i(1+3i)$; c) $Im(z) = -2$
2. Si z est un nombre complexe d'argument $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ alors $Arg(-2iz)$ est égal à :
a) $-\pi + 2k\pi$; b) $0 + 2k\pi$; c) $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi$
3. Si $z = (\sqrt{3} - i) - 2i$ alors $|z|$ est égal à :
a) 0 ; b) $2\sqrt{3}$; c) $2 - \sqrt{3}$

Exercice n°2 : (6points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} - x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
2. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
3. Etudier la continuité de f en 0
4. Montrer que f est continue sur \mathbb{R}^*
5. Montrer que f est non dérivable en 0
6. Montrer que f est dérivable sur $] -\infty ; 0[$ et calculer $f'(x)$ pour $x < 0$
7. Montrer que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour $x > 0$

Exercice n°3 : (7points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (o, \vec{u}, \vec{v})

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1+4i$; $z_B = 2+2i$ et $z_C = -i$

1. Donner la forme algébrique de $z_A \cdot z_B$ et $\frac{z_B}{z_A}$
2. a) Placer les points A, B et C dans un repère (o, \vec{u}, \vec{v})
b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle
c) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un carré
3. Soit le point E d'affixe $z_E = 1+i\sqrt{3}$
a) Donner le module et un argument de z_B et z_E

- b) Déduire le module et un argument de $z_B \cdot z_E$
c) Ecrire $z_B \cdot z_E$ sous la forme algébrique
d) En déduire la valeur de $\cos \frac{7\pi}{12}$
4. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z+i| = |z|$

Exercice n°4 : (4points)

Soit $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$

1. Montrer que $D_f = [1 ; 2]$
2. a) Étudier la dérivabilité de f à droite en 1
b) Étudier la dérivabilité de f à gauche en 2
3. Montrer que f est dérivable sur $] 1 ; 2[$ et calculer $f'(x)$

BON TRAVAIL