

# ARITHMÉTIQUE

## EX 1 :

- 1) Déterminer les entiers relatifs  $n$  qui divisent  $n+12$
- 2) Déterminer tous les entiers relatifs  $n$  tel que
  - a)  $3n+4$  divise  $n+6$
  - b)  $n-4$  divise  $3n+24$
  - c)  $n-1$  divise  $n+17$

## EX 2 :

Soit  $x$  et  $y$  deux entiers naturels, avec  $x > y$

- 1) Montrer que si  $x^2 - y^2 = 7$  alors  $x-y$  et  $x+y$  sont des diviseurs de 7
- 2) Déterminer tous les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels  $x^2 - y^2 = 7$

## EX 3 :

Soit  $n$  un entier naturel

- 1) Montrer que  $7^{2n} + 3$  est divisible par 4
- 2) Montrer que  $4^{4n+2} - 3^{n+3}$

## EX 4 :

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{Z}$ 
  - a)  $x^2 \equiv 1 [8]$
  - b)  $x^2 \equiv -1 [11]$
  - c)  $x^2 \equiv -2 [11]$

## EX 5 :

Trouver  $x$  et  $y$

- a)  $x \vee y = 60$  et  $x \wedge y = 180$  et  $x < y$
- b)  $x^2 - y^2 = 405$   $x \wedge y = 3$   $x > 0$  et  $y > 0$

## Ex 6 :

On considère l'équation  $E : 37x + 22y = 1$

- 1) Montrer que  $E$  admet au moins une solution dans  $\mathbb{Z}^2$
- 2) Trouver une solution particulière
- 3) Résoudre  $E$

### EX 7 :

- 1) Montrer que 13 divise  $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$
- 2) a) vérifier que  $3^4 \equiv 1 [5]$   
b) montrer que  $3^{4p+r} \equiv 3^r [5]$   
c) en déduire les restes de la division euclidienne de  $3^n$  modulo 5  
d) en déduire que  $3^{2012} + 3^{2014}$  est multiple par 5

### EX 8 :

- 1) en utilisant l'algorithme d'Euclide, montrer que les nombres 87 et 31 sont premiers entre eux.
- 2) On considère l'équation  $\epsilon : 87x + 31y = 2$ , où  $x$  et  $y$  sont deux entiers relatifs.
  - a) Dire pourquoi cette équation admet des solutions.
  - b) Vérifier que le couple  $(x_0; y_0) = (10; -28)$  est solution de (E).
- 3) Soit l'équation (E') :  $87x + 31y = 0$ , où  $x$  et  $y$  sont deux entiers relatifs.
  - a) Démontrer l'équivalence :  $(x; y)$  est solution de (E) si et seulement si  $(x - x_0; y - y_0)$  est solution de (E').
  - b) Résoudre l'équation (E').
  - c) En déduire l'ensemble des solutions de (E).

**HICHEM\_FARHATI@YAHOO.FR**