

**EXERCICE N° 1**

Soit l'espace muni d'un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et soit l'ensemble S des points M(x, y, z) tels que :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 2 = 0.$$

- 1) Montrer que S est une sphère dont on précisera son centre I et son rayon R.
- 2) Soit  $P_m$  le plan d'équation :  $2x - y + 2z + 3m - 4 = 0$  ;  $m \in \mathbb{R}$ .
  - a- Montrer que  $P_0$  et S sont tangents.
  - b- Etudier suivant les valeurs de m les positions relatives de  $P_m$  et S.
  - c- Montrer que  $S \cap P_1$  est un cercle qu'on déterminera son rayon r et son centre H.
- 3) Soit le point A(-1,0,1). Vérifier que  $A \in S$  et déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A.
- 4) Soit le point B(1,2,1) et  $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ 
  - a- Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  passant par B et de vecteur directeur  $\vec{u}$ .
  - b- Déterminer  $\Delta \cap S$ .

**EXERCICE N° 2**

Soit l'espace muni d'un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , les points A (1,-2,2) ; B (1,0,1) et l'ensemble S des points M(x, y, z) tels que :  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z = 0$ .

- 1) Montrer que S est une sphère dont on précisera son centre I et son rayon R.
- 2) Soit P le plan passant par E(1,1,-1) et perpendiculaire à la droite (AB).
  - a- Déterminer une équation cartésienne du plan P.
  - b- Montrer que P et S sont tangents et préciser les coordonnées de leur point de contact H.

3) Soit Q le plan tangent à S en B.

a- Montrer qu'une équation cartésienne du plan Q est  $-2x + z + 1 = 0$ .

b- Montrer que les plans P et Q sont sécants et déterminer la droite  $\Delta = P \cap Q$ .

c- Montrer que  $\Delta \cap S = \emptyset$ .

4) Soit  $Q_m : -2x + z + m = 0$  ou m est un paramètre réel.

a- Déterminer suivants les valeurs de m :  $S \cap Q_m$ .

b- Montrer que  $Q_0$  coupe la sphère S suivant un cercle  $\zeta$  qu'on déterminera son rayon r et son centre H'.

### **EXERCICE N° 3**

Soit l'espace muni d'un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points A(0,1,2) ; B(2,0,3) ; C(-1,0,0) et I(1,2,1)

1) a- Vérifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b- On désigne par P le plan (ABC). Montrer que  $P : x + y - z + 1 = 0$ .

2) Soit la sphère (S) dont une équation cartésienne est :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 3 = 0$ .

a- Montre que (S) a pour centre I et déterminer son rayon.

b- Montrer que le plan P est tangent à (S) au point A.

c- Calculer le volume du tétraèdre IABC.

3) Soit H le milieu du segment [IA] et Q le plan passant par H et parallèle à P.

a- Montrer que le plan Q et la sphère (S) sont sécants en un cercle ( $\zeta$ ).

b- Déterminer le centre et le rayon du cercle ( $\zeta$ ).